

IOAA-Austria

Bundesrunde 2026

Allgemeine Hinweise

- Im Folgenden finden Sie acht Aufgaben aus verschiedenen Teilbereichen der Astronomie und Astrophysik mit insgesamt 224 Punkten.
- Die Bearbeitungszeit beträgt fünf Stunden. Danach haben Sie Zeit Ihre Lösungen einzuscannen.
- Ihre Abgabe muss handschriftlich verfasst werden und als *eine einzige PDF-Datei* im Format `vorname-nachname.pdf` abgegeben werden.
- Senden Sie Ihre Lösungen an astro-olympiad@outlook.com.
- Teilaufgaben können auch dann bearbeitet werden, wenn Sie die vorhergehenden Teile nicht gelöst haben.
- Jegliche Hilfsmittel sind **verboten**, mit Ausnahme Ihres eigenen, nicht programmierbaren Taschenrechners.
- Ein Verstoß gegen die Regeln kann zur Disqualifikation führen.

Viel Erfolg!

Konstanten und gegebene Größen

Im Folgenden sind allgemeine physikalische und astronomische Konstanten aufgeführt, die in den Aufgaben dieser Runde Verwendung finden.

Größe	Wert
Lichtgeschwindigkeit	$c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Gravitationskonstante	$G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
Boltzmann-Konstante	$k_B = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
Permeabilität des Vakuums	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$
Astronomische Einheit	$1 \text{ AE} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$
Parsec	$1 \text{ pc} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}$
Sonnenleuchtkraft	$L_{\odot} = 3,828 \cdot 10^{26} \text{ W}$
Absolute Helligkeit der Sonne im V-Band	$M_{V,\odot} = 4,83$
Hubble-Konstante	$H_0 = 67 \text{ km/(s Mpc)}$

1 Sonnenflecken (5P)

Magnetfelder spielen in der Physik der Sterne und Sonnenflecken eine zentrale Rolle. Als Näherung kann die Photosphäre der Sonne als ein Plasma modelliert werden, welches als ideales Gas behandelt werden kann. Ein Magnetfeld B darin ruft einen magnetischen Druck von $p_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$ hervor. Dieser verhält sich wie jeder andere physikalische Druck, mit dem Unterschied, dass er vom Magnetfeld und nicht von der kinetischen Energie der Teilchen erzeugt wird. Das Magnetfeld im Inneren eines Sonnenflecks ($B_i = 0,1$ T) ist viel stärker als außerhalb ($B_e = 5 \cdot 10^{-3}$ T). Im Inneren des Sonnenflecks herrscht eine Temperatur von ca. $T_i = 4000$ K, während die Temperatur außerhalb $T_e = 6000$ K beträgt (deshalb erscheint der Sonnenfleck dunkler). Damit der Sonnenfleck stabil ist, muss das Innere im Gleichgewicht mit dem Äußeren stehen. Nehmen Sie für folgende Rechnungen an, dass die Teilchendichte in der Photosphäre überall konstant ist. Berechnen Sie die Teilchendichte der Plasmateilchen in der Sonnenphotosphäre.

Hinweis: Das ideale Gasgesetz lautet $P = nk_B T$

2 Rotverschiebung einer Galaxie (8P)

Im lokalen Universum wird eine interessante Galaxie mit einer Rotverschiebung von $z = 0,053$ entdeckt. Ihre scheinbare Helligkeit im V-Band beträgt $m_V = 25,2$. Die Extinktion durch Staub in der Galaxie beträgt $A_V = 0,3$. Schätzen Sie die Leuchtkraft der Galaxie im V-Band in Einheiten der Sonnenleuchtkraft im V-Band ab. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Leuchtkraft der Galaxie ohne Extinktion.

3 Höhe eines Hügels (12P)

Zwei Freunde wollen die Höhe eines Hügels neben ihrem Dorf (geographische Breite $\varphi = 40^\circ$) bestimmen. Einer der beiden steigt auf den höchsten Punkt des Hügels und sendet ein Lichtsignal, sobald er den Sonnenuntergang sieht. Als sie dieses Experiment am 21. März durchführten, empfing der Freund im Dorf das Lichtsignal 4,1 Minuten nach dem Sonnenuntergang im Dorf. Berechnen Sie die Höhe des Hügels und die Entfernung zum Horizont für die Person auf dem Hügel. Vernachlässigen Sie dabei die atmosphärische Lichtbrechung.

4 Kuipergürtelobjekte (17P)

Ein Teil des Sonnenlichts, das auf einen Himmelskörper fällt, wird reflektiert. Dieser Anteil wird als Albedo A bezeichnet. Der restliche Anteil wird absorbiert und anschließend als thermische Strahlung wieder emittiert. Kuipergürtelobjekte befinden sich jenseits der Neptunbahn und sind daher von der Erde aus nur sehr schwer direkt aufzulösen. Meist erscheinen sie als Punktquellen, die sowohl reflektierte Sonnenstrahlung als auch thermische Strahlung aussenden.

- (a) In welchem Wellenlängenbereich sollte man beobachten, wenn man die reflektierte Strahlung eines Kuipergürtelobjekts messen möchte? Begründen Sie Ihre Antwort in ein bis zwei Sätzen. (2P)

- (b) Ein Kuipergürtelobjekt habe den Radius R , die Albedo A und befinde sich im Abstand D von der Sonne. Nehmen Sie an, dass es sich in Opposition mit der Erde befindet und dass $D \gg 1$ AE gilt, sodass der Abstand zur Erde näherungsweise ebenfalls D ist. Leiten Sie einen Ausdruck für den beobachteten reflektierten Fluss F_R in Abhängigkeit von L_\odot , D , R und A her. (5P)

Hinweis: Sie können vereinfachend annehmen, dass die reflektierte Strahlung homogen über eine Halbkugel in Richtung der Sonne abgestrahlt wird.

- (c) Leiten Sie analog einen Ausdruck für den beobachteten thermischen Fluss F_E her. (3P)

Hinweis: Sie können annehmen, dass die Temperatur des Kuipergürtelobjekts entlang der gesamten Oberfläche konstant ist.

- (d) In Opposition besitzt ein Kuipergürtelobjekt relativ zu weit entfernten Sternen eine scheinbare Winkelgeschwindigkeit von

$$\mu = 3 \text{ arcsec/h.}$$

Nehmen Sie an, dass diese Bewegung ausschließlich durch Parallaxe aufgrund der Bewegung der Erde verursacht wird. Schätzen Sie den Abstand D des Objekts in Astronomischen Einheiten. (3P)

- (e) Bestimmen Sie mithilfe des Ergebnisses aus (d) die charakteristische Wellenlänge, bei der die thermische Strahlung des Objekts maximal ist. Nehmen Sie dazu für eine Abschätzung $A \ll 1$ an. (4P)

5 Kosmologie und das flache Universum (30P)

Beobachtungen zeigen, dass unser Universum im kosmologischen Sinne flach ist. In dieser Aufgabe untersuchen wir das damit einhergehende *Flachheitsproblem* und zeigen unter vereinfachten Annahmen, dass kosmische Inflation den Mechanismus, der zu einem (näherungsweise) flachen Universum führt, bereitstellt.

Wir betrachten ein isotropes, homogenes Universum. Die 1. *Friedmann-Gleichung* bestimmt die Größe des Universums, ausgedrückt durch den (dimensionslosen) Skalierungsfaktor $a = a(t)$, abhängig von der Massendichte des Universums $\rho = \rho(t)$,

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{Kc^2}{a^2}, \quad (1)$$

wobei $\dot{a} = \frac{da}{dt}$ die erste Zeitableitung des Skalierungsfaktors bezeichnet. Die Konstante K gibt die "Form" des Universums an, wobei $K = 0$ ein flaches Universum beschreibt.

- (a) Wir modellieren das Universum als homogene Kugel mit Radius $r(t) = r_0 a(t)$ und $M = \frac{4\pi}{3}\rho r^3$. Eine Testmasse m am Rand dieser Kugel ist der Gravitation dieses Universums ausgesetzt. Stellen Sie die Gesamtenergie der Testmasse auf und leiten Sie daraus Gl. (1), mit einer passend gewählten Definition von K , her. (6P)
- (b) Betrachten Sie die Expansion des Universums, ausgedrückt durch das Volumen $V(t)$, das

$$\frac{d}{dt}(\rho c^2 V) = -p \frac{dV}{dt} \quad (2)$$

erfüllt. Welche thermodynamische Zustandsänderung liegt (2) zugrunde? Was bedeutet diese Annahme für das Modell? (3P)

Hinweis: Vergleichen Sie Gl. (2) mit dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik.

- (c) Leiten Sie mit Gl. (2) die *Kontinuitätsgleichung*

$$\dot{\rho} = -\frac{3\dot{a}}{a} \left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) \quad (3)$$

her. (3P)

- (d) Wir nehmen vereinfachend an, dass das Universum von (nichtrelativistischer) Materie $\rho c^2 \gg p$ dominiert ist¹. Geben Sie das Skalierungsverhalten $\rho(a) \propto a^n$, $n \in \mathbb{Z}$ an und zeigen Sie anschließend mithilfe von Gl. (1), dass sich für ein flaches Universum $K = 0$ und der Anfangsbedingung $a(0) = 0$

$$a(t) \propto t^{2/3} \quad (4)$$

ergibt. (6P)

Hinweis: $\frac{df(t)}{dt} = A f^\alpha(t)$, $\alpha \neq 1 \rightarrow f^{1-\alpha}(t) = (1-\alpha)A t + \text{const}$

¹Eine sehr starke Vereinfachung, aber für diese Aufgabe ausreichend.

- (e) Die kritische Dichte ist $\rho_c = 3H^2/(8\pi G)$, wobei $H = \dot{a}/a$ den Hubble-Parameter bezeichnet. Der Dichteparameter ist $\Omega = \rho/\rho_c$. Zeigen Sie mit Gl. (1)

$$\Omega - 1 = \frac{Kc^2}{a^2H^2}. \quad (5)$$

(2P)

- (f) Beobachtungen ergeben, dass unser heutiges Universum näherungsweise flach ist

$$|\Omega - 1| \lesssim 10^{-3}. \quad (6)$$

Wir betrachten kleine Abweichungen von perfekter “Flachheit” ($\Omega = 1$) am Beginn des Universums, $\delta(\Omega - 1) \propto \delta K$. Zeigen Sie mithilfe von Gl. (4), dass diese Abweichungen in einem materiedominierten Universum verstärkt werden. Was müssten wir demzufolge für $|\Omega - 1|$ messen? (5P)

- (g) Kosmische Inflation ist eine kurze Phase exponentieller Expansion am Anfang des Universums mit

$$a(t) \propto e^{H_I t}, \quad (7)$$

wobei $H_I \in \mathbb{R}^+$. Betrachten Sie erneut anfängliche kleine Abweichungen von einem flachen Universum. Wie entwickeln sich diese unter Annahme einer inflationären Expansion? Wie kann dadurch der experimentelle Wert (6) erklärt werden? (5P)

6 Solare Navigation (42P)

Teil 1: Grundlagen der sphärischen Trigonometrie (4P)

Astronomen beobachten seit Tausenden von Jahren den Sternenhimmel. Dabei zeigte sich schnell, dass es nötig ist, Distanzen zwischen den beobachteten Objekten zu messen. Da die Himmelskugel nicht eben ist, reichen die Methoden der euklidischen Geometrie zur Beschreibung von Winkelabständen am Himmel nicht aus. Es musste eine neue Geometrie für Punkte auf einer Kugeloberfläche entwickelt werden.

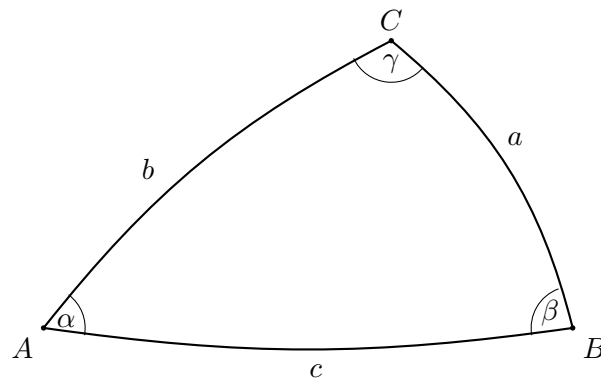


Abbildung 1: Darstellung eines sphärischen Dreiecks

Auch in dieser Form der Geometrie ist die Untersuchung von Dreiecken essenziell. Betrachtet man ein sphärisches Dreieck mit den Eckpunkten A, B, C , den Seiten a, b, c und den Winkeln α, β, γ (siehe Abbildung 1), so können analog zu euklidischen Dreiecken Sinus- und Kosinus-Sätze aufgestellt werden. Dabei ist zu beachten, dass auch die Seitenlängen als Winkelabstände auf der Kugeloberfläche angegeben werden.

$$\frac{\sin(a)}{\sin(\alpha)} = \frac{\sin(b)}{\sin(\beta)} = \frac{\sin(c)}{\sin(\gamma)} \quad (\text{Sphärischer Sinussatz}) \quad (8)$$

$$\cos(\gamma) = \frac{\cos(c) - \cos(a) \cos(b)}{\sin(a) \sin(b)} \quad (\text{Seitenkosinussatz}) \quad (9)$$

$$\cos(c) = \frac{\cos(\gamma) + \cos(\alpha) \cos(\beta)}{\sin(\alpha) \sin(\beta)} \quad (\text{Winkelkosinussatz}) \quad (10)$$

- (a) Leiten Sie aus den gegebenen Sätzen die folgende Gleichung für die Höhe h_c auf die Seite c des sphärischen Dreiecks her. (4P)

$$\sin(h_c) = \frac{1}{\sin(c)} \sqrt{1 - \cos^2(a) - \cos^2(b) - \cos^2(c) + 2 \cos(a) \cos(b) \cos(c)}$$

Hinweis: Die Höhe steht senkrecht auf der Seite c und verläuft durch den Punkt C .

Teil 2: Astronomische Koordinatensysteme (10P)

Für unterschiedliche Situationen können bestimmte Koordinatensysteme besser geeignet sein als andere. Daher muss man oft zwischen den einzelnen Systemen umrechnen. Dazu können bestimmte sphärische Dreiecke genutzt werden, deren Seiten und Winkel den unterschiedlichen Koordinaten entsprechen.

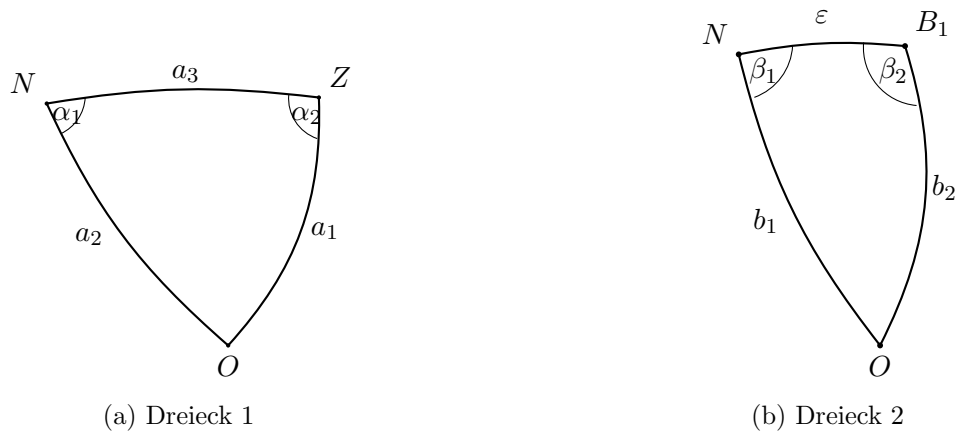


Abbildung 2: Zu vervollständigende Transformationsdreiecke

- (b) Wählen Sie aus den folgenden Koordinatensystemen zwei aus: Horizontsystem, ortsfestes Äquatorsystem, rotierendes Äquatorsystem, ekliptisches System. Nennen Sie die Koordinaten, die in den jeweiligen Systemen verwendet werden, und erläutern Sie (z. B. durch eine Skizze), wie die jeweiligen Koordinaten am Himmel gemessen werden. Erklären Sie den Unterschied zwischen ortsfesten und rotierenden Koordinatensystemen. (5P)
- (c) Abbildung 2 zeigt zwei Dreiecke, die typischerweise für solche Transformationen genutzt werden können. Drücken Sie die fehlenden markierten Beschriftungen (siehe Tabelle 1) durch Koordinaten, markante Punkte der bekannten astronomischen Koordinatensysteme sowie Längen- und Breitengrad des Beobachters und Konstanten aus. (5P)

Tabelle 1: Beschriftung der Transformationsdreiecke

Dreieck 1		Dreieck 2	
O	Objekt	O	Objekt
N	Nordpol	N	Nordpol
Z	Zenit des Beobachters	B_1	?
a_1	?	ε	Neigung der Ekliptik
a_2	?	b_1	?
a_3	?	b_2	?
α_1	?	β_1	?
α_2	?	β_2	?

Teil 3: Navigation mit der Sonne (28P)

Stellen Sie sich vor, Sie erwachen auf einer einsamen Insel. Ein wahnsinniger Astronom hat Sie entführt und will Sie erst von der Insel lassen, wenn Sie ihm sagen können, welches Datum aktuell vorliegt und an welchen Koordinaten die Insel liegt. Sie haben genug Nahrung, um einige Zeit auf der Insel zu überleben, sowie einen Kompass, eine Uhr, die die Uhrzeit in Greenwich anzeigt, und einen Sextanten, mit dem Sie Winkel messen können. Da Sie die Koordinaten von einzelnen Sternen nicht kennen, müssen Sie sich anders behelfen und entschließen sich, die Sonne zu beobachten. Dabei fällt Ihnen Folgendes auf:

- Sie befinden sich auf der Nordhalbkugel, da Sie Polaris erkennen können.
- Die Sonne kulminiert im Süden, während die Uhr 04:44 anzeigt.
- Die Zeit zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang ist kürzer als die Zeit zwischen Sonnenuntergang und Sonnenaufgang.

Sie erinnern sich, dass man die Deklination der Sonne δ aus der ekliptischen Länge λ ungefähr mit der folgenden Formel berechnen kann:

$$\delta = \varepsilon \sin(\lambda) \quad (11)$$

Anschließend messen Sie für 10 Tage in Folge die Kulminationshöhe der Sonne mit dem Sextanten. Ihre Messwerte sind in Tabelle 2 dargestellt.

Tabelle 2: Kulminationshöhe der Sonne an 10 aufeinanderfolgenden Tagen

Tag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kulminationshöhe	65°47'	65°24'	65°1'	64°38'	64°15'	63°51'	63°29'	63°6'	62°43'	62°20'

- (d) Leiten Sie eine Gleichung für die Kulminationshöhe der Sonne in Abhängigkeit von der Zeit t ab, die seit der Frühjahrs-Tag-und-Nachtgleiche (20.03.) vergangen ist (t in Tagen). (5P)
- (e) Tragen Sie die gemessene Kulminationshöhe gegen den Messzeitpunkt in ein Diagramm auf. Bestimmen Sie den mittleren Anstieg des entstehenden Graphen mit einem Anstiegsdreieck. (5P)
- (f) Erklären Sie, wie Sie mithilfe dieses Anstiegs den Zeitraum der Messung bestimmen können. Reichen die Informationen aus der Beobachtung aus, um den Zeitraum eindeutig festzulegen? Geben Sie alle möglichen Zeiträume an. (8P)
Hinweis: Achten Sie auf die Einheiten oder rechnen Sie konsequent im Bogenmaß.
- (g) Bestimmen Sie Rektaszension, Deklination sowie die ekliptische Länge und Breite der Sonne im Zeitraum der Messung. (5P)
- (h) Schätzen Sie die geografische Breite und Länge der Insel auf Grundlage Ihrer Messergebnisse ab. Schätzen Sie einen sinnvollen Fehlerbereich für die Breite ab. (5P)

7 Sternkarten (50P)

Für diese Aufgabe benötigen Sie das separat ausgegebene Abbildungsblatt (Abb. 7.1–7.5).

- (a) Benennen Sie so viele Sternbilder wie möglich mit ihrem lateinischen Namen und ihrer IAU-Bezeichnung (Abkürzung des lateinischen Namens). Ihre Punktezahl wird relativ zur besten Lösung gewertet. (10P)
- (b) Zeichnen Sie in **Abb. 7.1**, auf der nur der Große Wagen und ein heller Stern zu sehen sind, die ungefähre Position und Orientierung von vier weiteren Sternbildern inklusive IAU-Bezeichnung ein. Um welchen hellen Stern handelt es sich auf der Sternkarte, und in welchem Sternbild liegt er? (10P)
- (c) Zeichnen Sie in **Abb. 7.1** die ungefähre Position der vier Kardinalpunkte (N, E, S, W) und des Äquators ein. Bestimmen Sie außerdem den ungefähren Breitengrad des Beobachters. (5P)
- (d) Auf **Abb. 7.2** fehlen zwei Sternbilder. Finden Sie heraus, welche Sternbilder fehlen, und ergänzen Sie diese. Achten Sie dabei auf die ungefähr korrekte Größe und Orientierung der Sternbilder. Zeichnen Sie außerdem die ungefähre Position der Ekliptik ein. (9P)
- (e) Identifizieren Sie auf **Abb. 7.3** den eingekreisten Stern mit seiner Bayer-Bezeichnung und bestimmen Sie ungefähr die Uhrzeit, zu der dieser Stern den lokalen Meridian überquert. Nehmen Sie dabei an, dass die Karte der lokalen Uhrzeit 23:00 Uhr entspricht. (6P)
- (f) Bestimmen Sie mithilfe von **Abb. 7.3**, zu welcher Uhrzeit β Crucis unter den Horizont sinkt. (4P)
- (g) In **Abb. 7.4** und **Abb. 7.5** sind zwei Aufnahmen desselben Nachthimmels zu sehen. Die Aufnahmen entstanden innerhalb eines siderischen Tages. Bestimmen Sie den Zeitunterschied zwischen diesen Aufnahmen. Beschreiben Sie Ihr Vorgehen. (6P)

8 Sonnensegel (60P)

Ein Sonnensegel ist ein großflächiges, dünnes Segel, das den Strahlungsdruck des Sternenlichts ausnutzt, um ein Raumschiff anzutreiben. Wir betrachten ein Raumschiff der Masse m , das einen Stern der Leuchtkraft L umkreist. Der Stern hat die Masse M , und es gelte $m \ll M$, sodass der Stern als ruhend angenommen werden kann.

Das Segel sei eben, habe die Fläche A und sei masselos im Vergleich zum Raumschiff. Befindet sich das Raumschiff im Abstand r vom Stern, so schließt die Flächennormale des Segels den Winkel α mit der radialen Richtung (der Verbindungslinie Stern–Raumschiff) ein. Die Auslenkung um α erfolgt immer in der Bahnebene des Raumschiffs. Die Ausdehnung des Segels sei stets klein gegen r , sodass die einfallende Strahlung als parallel und radial gerichtet betrachtet werden kann.

(a) Eigenschaften des Sonnensegels (10P)

Zunächst wollen wir die vom Sternenlicht auf das Segel ausgeübte Kraft bestimmen. Betrachten Sie dazu den Impulsübertrag der vom Stern einfallenden Photonen auf das Segel.

- (i) Nehmen Sie an, das Segel sei *vollständig absorbierend*. Leiten Sie einen Ausdruck für den Betrag der auf das Segel wirkenden Kraft in Abhängigkeit von L , r , A und α her und geben Sie an, in welche Richtung diese Kraft zeigt. (5P)
- (ii) Wiederholen Sie die Überlegung für ein *perfekt reflektierendes* Segel. Bestimmen Sie auch hier Betrag und Richtung der Kraft. (5P)
Hinweis: Sie können die relativistische Energieerhaltung hier ignorieren, d. h. obwohl die Photonen Impuls auf das Segel übertragen, sei der Betrag ihres Impulses vor und nach der Reflexion am Segel gleich.

In den folgenden Aufgaben nehmen wir immer ein perfekt reflektierendes Segel an.

(b) Bahn bei radial ausgerichtetem Segel (20P)

Wir betrachten nun den Fall, dass das Segel stets senkrecht zur einfallenden Strahlung steht ($\alpha = 0$).

- (i) Stellen Sie die Bewegungsgleichung (d. h. die Kräftegleichung) des Raumschiffs in radialer Richtung auf. Was fällt Ihnen auf? (5P)
Hinweis: Es kann sinnvoll sein, Polarkoordinaten (r, θ) zu verwenden.
- (ii) Das Raumschiff befinde sich anfänglich auf einer Kreisbahn vom Radius r_0 um den Stern und entfalte dann sein Segel. Beschreiben Sie *qualitativ*, auf welchen Bahnen das Raumschiff nun weiterfliegen kann, abhängig von der Stärke der durch das Segel ausgeübten Kraft. Skizzieren Sie die möglichen Bahntypen in **Abb. 8.1** des separat ausgegebenen Abbildungsblatts ein. (6P)
- (iii) Geben Sie *quantitativ* die Bereiche der Segelkraft an, die jeweils zu den unter (ii) beschriebenen Bahntypen führen. Definieren Sie hierfür das Verhältnis der Beträge von Segel- und Gravitationskraft als dimensionslosen Parameter λ und ordnen Sie jedem Bahntyp einen Wertebereich von λ zu. (9P)

(c) **Bahn bei festem Segelwinkel (30P)**

Schließlich werde das Segel unter einem festen Winkel α zur radialen Richtung gehalten. Die Geometrie und alle für diesen Aufgabenteil relevanten Größen sind in Abbildung 3 zu sehen.

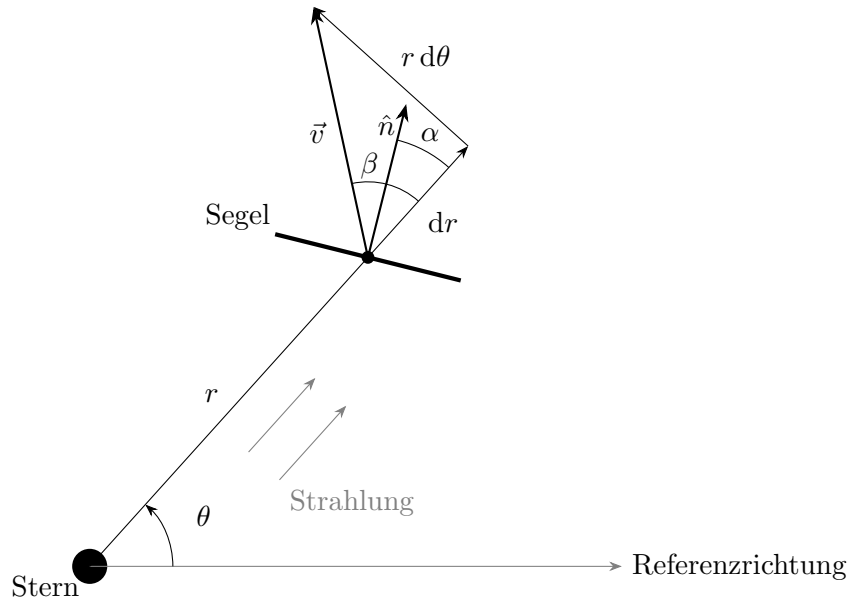


Abbildung 3: Geometrie zu Teil (c)

- (i) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen in radialer und azimuthaler Richtung in Polarkoordinaten (r, θ) auf. (6P)
- (ii) Nehmen Sie an, es existiere eine Lösung, bei der in jedem Bahnpunkt das Verhältnis aus der azimuthalen Wegänderung $r d\theta$ und der radialen Wegänderung dr konstant ist,

$$\tan \beta = \frac{r d\theta}{dr} = \frac{1}{k}, \quad k = \text{const.} \quad (12)$$

Leiten Sie daraus die Bahnform $r(\theta)$ her. Um welches geometrische Objekt handelt es sich dabei? (4P)

- (iii) Um die Lösung aus (ii) mit den Bewegungsgleichungen aus (i) konsistent zu halten, muss eine bestimmte Relation zwischen dem Bahnwinkel β und dem Segelwinkel α gelten. Leiten Sie diese anhand der Gleichung 12 und den Bewegungsgleichungen her. Das Ergebnis sollte außer Konstanten keine anderen Größen mehr enthalten. (20P)

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst aus der Gleichung 12 Zusammenhänge zwischen erster und zweiter zeitlicher Ableitung von r und θ . Verwenden Sie diese zusammen mit den Bewegungsgleichungen, um Ausdrücke für $\dot{\theta}(r)$ und $\ddot{\theta}(r)$ zu finden. Setzen Sie diese in die Bewegungsgleichungen ein, um den gesuchten Zusammenhang zu erhalten.