IOAA-Austria

2. Hausaufgabenrunde 2026

Vorwort

Im Folgenden finden Sie 5 Aufgaben aus verschiedenen Teilbereichen der Astronomie und Astrophysik. Sie können die Aufgaben bis zum **5. April 2026** (23:59 Uhr) per Mail unter astro-olympiad@outlook.com einreichen. Die Lösungen müssen handschriftlich als **PDF-Datei** im Format *vorname-nachname.pdf* abgegeben werden. Erwähnen Sie außerdem Ihren Vornamen, Nachnamen sowie Ihre Schule und Klassenstufe bei der Abgabe.

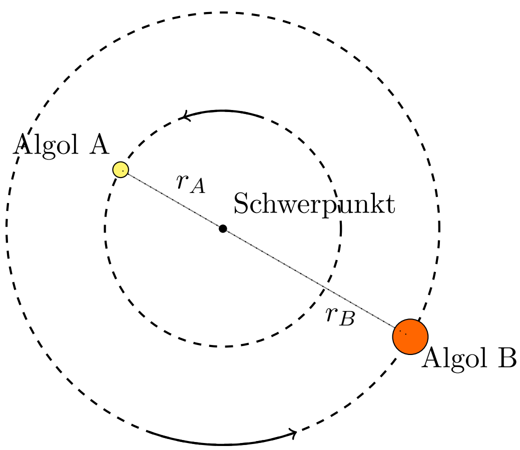
Beachten Sie, dass Sie Teilaufgaben auch bearbeiten können, wenn Sie die vorhergehenden Teile nicht bearbeitet haben. Es dürfen **alle Hilfsmittel** zu Rat gezogen werden, das beinhaltet Bücher, das Internet oder Programme wie **Stellarium**. Besonders wichtig zu beachten ist, dass der Wettbewerb fair sein sollte. Das heißt, die Hilfe von anderen Personen zum Lösen der Aufgabe ist verboten und alle Aufgaben sind alleine zu bearbeiten.

Viel Spaß! Denken Sie daran, Ihre Lösungen **ordentlich** niederzuschreiben. Was wir nicht lesen können, werden wir auch nicht bewerten.

1 Das Doppelsternsystem Algol

In der griechischen Mythologie ist der Halbgott Perseus am bekanntesten dafür, dass er die Gorgone Medusa, deren Blick Menschen zu Stein verwandelte, tötete. In der Astronomie wurde dieser Heldenfigur daher ein Sternbild, Perseus, gewidmet. In diesem Sternbild hält Perseus das Haupt der Medusa in seiner Hand. Ein sehr besonderer Stern stellt dabei ihr Auge dar: Algol, der ‚Kopf des Dämons'. Die Besonderheit an Algol ist, dass seine Helligkeit zeitlich schwankt.

Bereits im 17. Jahrhundert stellte der Astronom Geminiano Montanari erste Erklärungsansätze für dieses merkwürdige Verhalten auf. Es stellte sich heraus, dass Algol in Wahrheit kein einzelner Stern ist, sondern ein Dreifachsternsystem, wobei der dritte Stern, Algol C, für unsere Analyse unwichtig ist. Wir betrachten daher nur die Sterne Algol A und Algol B mit den Massen $M_{A,B}$, den Radien $R_{A,B}$. Wir nehmen an, dass beide Sterne einander mit der Winkelgeschwindigkeit ω auf kreisförmigen Bahnen mit den Radien $r_A, \quad r_B$ umkreisen.



Wir betrachten nun generierte Messwerte für das Doppelsternsystem in Form einer Lichtkurve und einer Geschwindigkeitskurve.

Wichtig!

Algol A ist heller als Algol B, obwohl Algol A deutlich kleiner ist als Algol B. Wir nehmen in der folgenden Analyse an, dass während einer Periode Algol A vollständig von Algol B bedeckt wird.

1. Was ist die scheinbare Helligkeit eines Sterns? Wie hängt sie mit der absoluten Helligkeit zusammen?

2. Warum beobachtet man zwei Minima in der Lichtkurve?

3. Bestimmen Sie die Differenz $m_A - m_B$ der scheinbaren Helligkeiten der Sterne Algol A und Algol B in Abhängigkeit von ihrer Leuchtkraft $L_{A,B}$.

Nun beginnen wir unsere Analyse des Systems:

4. Lesen Sie aus den gegebenen Diagrammen die Periode T und die Bahngeschwindigkeiten $v_{A,B}$ ab.

5. Berechnen Sie aus diesen Messungen die Bahnradien $r_{A,B}$ in AE.

   Hinweis: Als Zwischenergebnis sollten Sie $\boldsymbol{\omega}$ berechnen.

6. Stellen Sie für beide Sterne jeweils das Kräftegleichgewicht auf. Welche Scheinkraft hebt die Gravitationskraft auf?

7. Drücken Sie nun die Massen $M_{A,B}$ durch $r_{A,B}$ und ω aus. Berechnen Sie dann die Massen in der Einheit Sonnenmassen aus.

Aus der Lichtkurve können Informationen über die Leuchtkräfte der jeweiligen Sterne gewonnen werden.

8. Bestimmen Sie mit der Pogson-Formel das Verhältnis $\frac{L_A}{L_B}$.

9. Die Dauer einer Überdeckung kann gemessen werden. Verwenden Sie diese, um die Summe der Radien $R_A + R_B$ zu bestimmen in Sonnenradien.

10. Aus den scheinbaren Helligkeiten der beiden Minima lässt sich das Verhältnis $\frac{R_A}{R_B}$ bestimmen. Berechnen Sie damit schließlich die einzelnen Radien $R_{A,B}$ in Sonnenradien.

Tragen Sie Ihre numerischen Ergebnisse in die folgende Tabelle ein:

Größe	Ergebnis	Einheit
T		
ω		
v_A		
v_B		
r_A		
r_B		
M_A		
M_B		
$\frac{L_A}{L_B}$		
$R_A + R_B$		
$\frac{R_A}{R_B}$		
R_A		
R_B		

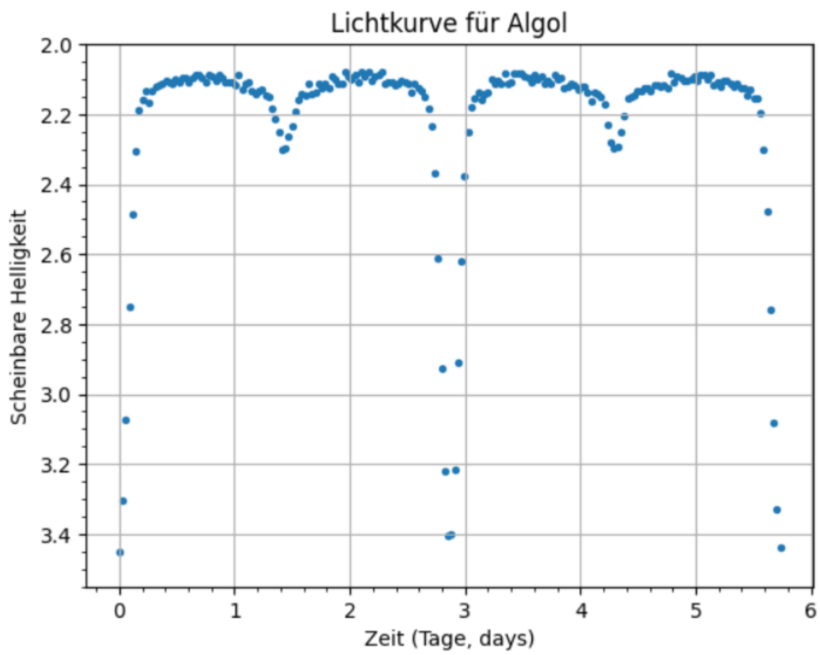


Abbildung 1: Lichtkurve von Algol

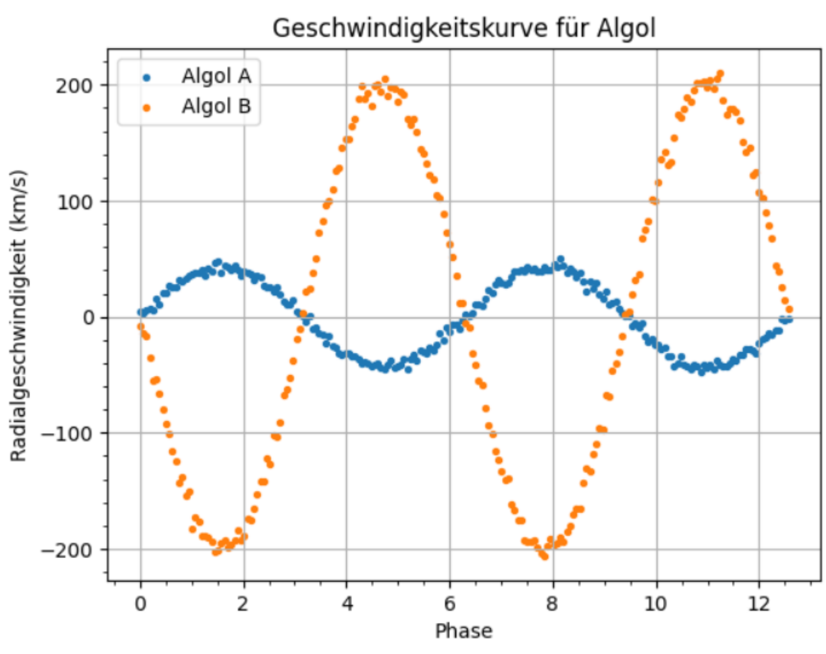


Abbildung 2: Geschwindigkeitskurve von Algol

2 Himmelsmechanik: C/1995 O1 (Hale-Bopp)

In diesem Problem beschäftigen wir uns mit dem Kometen Hale-Bopp, welcher 1997 mit freiem Auge beobachtet werden konnte. Er ist wahrscheinlich der am meisten beobachtete und fotografierte Komet des 20. Jahrhunderts. Im ersten Teil dieses Problems geht es um die Bahneigenschaften von Hale-Bopp, während sich der zweite Teil auf eine theoretische Mission fokussiert, in welcher eine Raumsonde den Kometen untersuchen soll.
Hale-Bopp durchlief am 1. April 1997 das Perihel $r_{Pe} = 0{,}914$ AE mit einer Geschwindigkeit von $v_{Pe} = 44{,}01$ km/s.

(a) Bestimmen Sie die große Halbachse der Bahn. Was lässt sich in erster Näherung über die Bahnform des Kometen aussagen? Benutzen Sie hierzu die Vis-Viva-Gleichung.

(b) Berechnen Sie die Umlaufzeit des Kometen um die Sonne mit dem Ergebnis aus a). (Nehmen Sie als große Halbachse 185 AE an, falls Sie a) nicht bearbeitet haben.) Wie groß wäre die Umlaufzeit, wenn man die Näherung aus a) verwenden würde?

Es wird vermutet, dass Hale-Bopp aus der Oortschen Wolke stammt und somit Materialien aus dem frühen Sonnensystem enthält. Deshalb ist er ein äußerst interessantes Forschungsobjekt. In diesem Teil geht es um eine rein theoretische Mission, in welcher eine Sonde den Kometen beim Schnittpunkt mit der Erdbahn abfangen soll (Sonnenabstand: 1 AE). Dies kann entweder vor oder nach dem Durchlauf des Perihels (des Kometen) passieren. Die Sonde wird dafür auf einen elliptischen Orbit um die Sonne mit großer Halbachse $a_{\text{Sonde}} = 1{,}2$ AE gebracht. Nehmen Sie für die folgenden Aufgaben an, dass der Schnittwinkel zwischen den Bahnen der Sonde und des Kometen vernachlässigbar klein ist.

(c) Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Sonde bei 1 AE Sonnenabstand.

(d) Wie groß ist die Relativgeschwindigkeit zwischen Komet und Sonde $v_{\text{rel}} \approx |v_{\text{Komet}} - v_{\text{Sonde}}|$ in dem Moment, in welchem die Sonde den Kometen abfängt? Unterscheiden Sie hierbei zwischen den beiden Möglichkeiten, wie die Sonde den Kometen abfangen kann (Hinweis: Orientierung).

(e) Angenommen, die Sonde kann wissenschaftliche Messungen innerhalb einer Entfernung von 10.000 km durchführen. Berechnen Sie, wie viel Zeit die Sonde für wissenschaftliche Messungen hat. Machen Sie hierbei auch wieder eine Fallunterscheidung wie bei d).

(f) (Bonus-Aufgabe) Unter welchem Winkel schneidet der Komet die Erdbahn? Fertigen Sie eine Skizze an und zeichnen Sie wichtige Elemente zur Berechnung des Schnittwinkels ein. (Nehmen Sie an, dass die Erdbahn perfekt kreisförmig ist mit $r_{\text{Erde}} = 1$ AE und dass der Komet und die Erde in gleicher Ebene um die Sonne kreisen.)

3 Farbfilter

Photometrische Filtersysteme wurden eingeführt, um die Beobachtung und Beschreibung der Spektren himmlischer Objekte zu erleichtern. Sie erlauben die Analyse unterschiedlicher Abschnitte dieser Spektren in Abhängigkeit von den Transmissionsbändern der verwendeten Filter. Eine Anwendung der Farbindizes, die Sie in dieser Aufgabe untersuchen werden, ist die Bestimmung der Temperatur von Sternen. Da Sterne in sehr guter Näherung als Schwarze Körper betrachtet werden können, lassen sich Farbindizes zur Bestimmung deren Temperatur verwenden.

(a) Recherchieren Sie das heutzutage verbreitete UBVRI-Filtersystem und geben Sie einen kurzen Überblick über dessen Funktion und Anwendung. Beschreiben Sie außerdem die charakteristischen Wellenlängen der Transmissionsbänder und deren Breite.

Betrachten Sie zwei hypothetische schmale Filter 1 und 2, die nur eine Wellenlänge in der Nähe des sichtbaren Bereichs durchlassen, mit denen die Magnituden m_1 bzw. m_2 eines sonnenähnlichen Sterns gemessen werden. Es ist bekannt, dass die spektrale Strahldichte (Energie pro Zeiteinheit, pro Raumwinkeleinheit, pro Flächeneinheit, pro Wellenlängeneinheit), die ein Schwarzer Körper emittiert, dem Planckschen Gesetz folgt:

$$B_\lambda(\lambda) = C\,\frac{x^5}{e^{x/T}-1},$$

wobei $C = \frac{2k_B^5}{h^4c^3}$ eine Konstante ist und

$$x = \frac{hc}{k_B\lambda}.$$

(b) Ausgehend von Plancks Gesetz bestimmen Sie die Beziehung zwischen den beiden Magnituden.

(c) Schätzen Sie die Größe von x/T ab. Wie können Sie die Formel vereinfachen? *Hinweis*: Sie können verwenden, dass

$$e^x \approx 1+x \quad \text{falls } x \ll 1 \quad \text{und} \quad e^x + 1 \approx e^x \quad \text{falls } x \gg 1.$$

Dieses Ergebnis kann in guter Näherung auch auf breitbandige Filter angewendet werden, indem man die effektiven Wellenlängen verwendet, die für jeden Filter charakteristisch sind (siehe Tab. 1). Indem man für m_1 und m_2 die Magnituden der Filter B und V einsetzt, gelangt man zu einer Beziehung der Form

$$T = \frac{b}{(B-V)-a},$$

wobei T die Temperatur des Sterns ist und a sowie b Konstanten, die zuvor bestimmt werden.

Band	U	B	V	R	I
λ_{eff} [nm]	357	434	546	644	800

Tabelle 1: Effektive Wellenlängen für die einzelnen Bänder.

(d) Bestimmen Sie die Werte der Parameter a und b.

	V	$B-V$	$U-B$
Werte	+4,69	+0,78	+0,52

Tabelle 2: Photometrie des Sterns W-Sgr.

In Tabelle 2 finden Sie die photometrischen Messwerte für den Stern W-Sgr:

(e) Bestimmen Sie die Temperatur des Sterns.

4 Kosmologie: Galaxienflucht und das Hubble-Gesetz

In den 1920er Jahren entdeckte Edwin Hubble, dass sich ferne Galaxien von uns entfernen – und zwar umso schneller, je weiter sie entfernt sind. Diese Beobachtung führte zur Formulierung des Hubble-Gesetzes und bildet die Grundlage unseres heutigen Verständnisses eines expandierenden Universums.

Das Hubble-Gesetz lautet:

$$v = H_0 \cdot d,$$

wobei v die Rezessionsgeschwindigkeit einer Galaxie, d ihre Entfernung und H_0 die Hubble-Konstante ist.

Die Rotverschiebung z eines Objekts ist definiert über:

$$z = \frac{\lambda_{\text{obs}} - \lambda_{\text{emit}}}{\lambda_{\text{emit}}},$$

wobei λ_{obs} die beobachtete und λ_{emit} die emittierte Wellenlänge ist.

(a) Im Spektrum einer fernen Galaxie wird die Hα-Linie (Ruhewellenlänge $\lambda_{\text{emit}} = 656{,}3$ nm) bei einer Wellenlänge von $\lambda_{\text{obs}} = 672{,}2$ nm beobachtet. Berechnen Sie die Rotverschiebung z und die Rezessionsgeschwindigkeit v der Galaxie. (Verwenden Sie die nicht-relativistische Näherung $v = zc$.)

(b) Bestimmen Sie die Entfernung der Galaxie in Megaparsec (Mpc), unter der Annahme $H_0 = 70\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$.

(c) Betrachten Sie drei Galaxien A, B und C mit Positionsvektoren $\mathbf{r}_A$, $\mathbf{r}_B$ und $\mathbf{r}_C$ relativ zu einem beliebigen Ursprung. Von Galaxie A aus gesehen gilt das Hubble-Gesetz $\mathbf{v}_C = H_0 \cdot \mathbf{r}_C$. Zeigen Sie algebraisch, dass auch ein Beobachter in Galaxie B das Hubble-Gesetz mit derselben Konstante H_0 beobachtet. Was folgt daraus für die Stellung des Beobachters im Universum?

(d) Die ‚Hubble-Zeit' $t_H = 1/H_0$ gibt eine grobe Abschätzung für das Alter des Universums. Berechnen Sie t_H in Milliarden Jahren. Welche vereinfachende Annahme steckt hinter dieser Abschätzung und weshalb liefert sie nur eine Obergrenze für das wahre Alter?

(e) Recherchieren Sie, was man unter der *Rekombination* (auch Entkopplung genannt) im kosmologischen Kontext versteht. Warum ist dieses Ereignis für die Beobachtung des frühen Universums von zentraler Bedeutung?

(f) Die kosmische Mikrowellenhintergrundstrahlung (CMB) hat heute eine Temperatur von $T_0 = 2{,}725$ K. Zur Zeit der Rekombination betrug die Temperatur $T_{\text{rek}} \approx 3000$ K. Es gilt $T = T_0(1+z)$. Berechnen Sie die Rotverschiebung z_{rek} der Rekombination. Um welchen Faktor hat sich das Universum seit der Rekombination ausgedehnt?

5 Unser Südhimmel

Kathi, eine Teilnehmerin der Astronomieolympiade, besucht eine Gästefarm bei **Windhoek, Namibia** (22,5° S). In den klaren Nächten des Khomas-Hochlands nutzt sie die Gelegenheit, um die markanten Objekte des Südhimmels zu studieren und deren Bewegung zu analysieren.

Himmelssüdpol

Betrachten Sie nun **Abbildung 3**. Da am Südhimmel ein heller Polarstern fehlt, muss Kathi die Position des Himmelssüdpols (HSP) konstruieren.

(a) Identifizieren Sie das Kreuz des Südens (Crux) und zeichnen Sie die Verbindungslinien der vier Hauptsterne ein.

(b) Suchen Sie die zwei hellen sogenannten Pointer-Sterne (α und β Centauri). Markieren Sie den helleren der beiden mit einem **P**, den anderen mit einem **Q**.

(c) Konstruieren Sie in **Abbildung 3** zeichnerisch die Position des HSP mittels der Achsenmethode (Verlängerung der Crux-Längsachse und Mittelsenkrechte auf der Verbindungslinie der Pointer). Markieren Sie den HSP deutlich.

Die Kulminations-Messung

In **Abbildung 4** ist der lokale Meridian als vertikale Linie eingezeichnet. Kathi beobachtet einen extrem hellen Stern.

(d) Erklären Sie, was man in der Astronomie unter dem Begriff der oberen und unteren Kulmination versteht.

(e) Identifizieren Sie den hellen Stern, der sich in diesem Moment in einer Höhe von ca. 60° über dem Horizont befindet. Nennen Sie seinen Namen, seine Bayer-Bezeichnung und das Sternbild.

(f) In wie vielen Minuten (ungefähr) wird dieser Stern exakt kulminieren? Erklären Sie kurz Ihren Rechenweg.

Neue Himmelsobjekte

Es gibt einige Objekte, die Kathi in Österreich niemals wahrnehmen könnte, da sie sich am Südhimmel befinden. Dazu gehören unter anderem die beiden Magellanschen Wolken, der Carinanebel und Omega Centauri.

(g) Schätzen Sie die Positionen aller vier Objekte ab und zeichnen Sie sie in **Abbildung 5** ein.

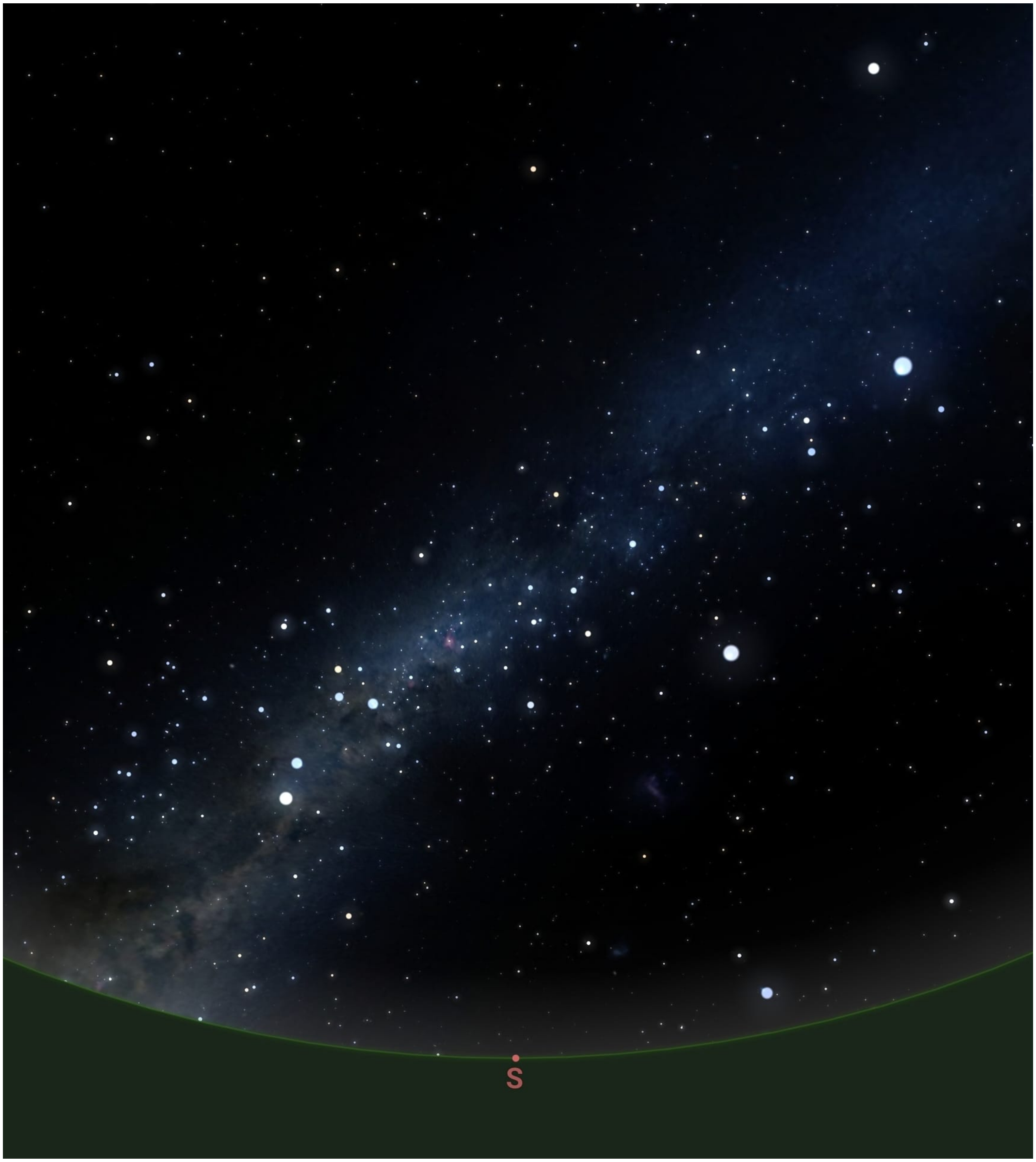


Abbildung 3: Ausschnitt des Himmels

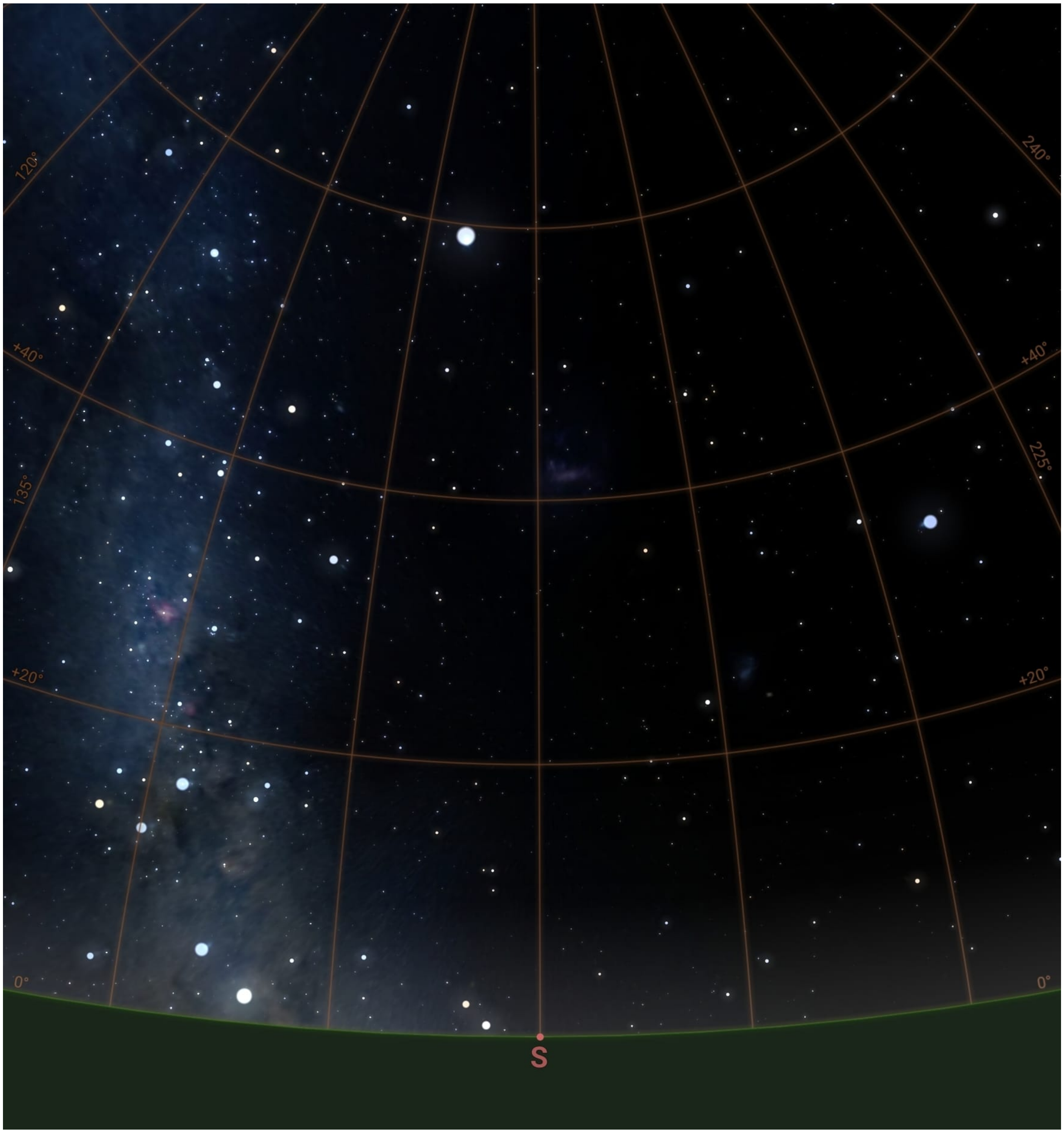


Abbildung 4: Ausschnitt mit Koordinatenlinien und zu einer anderen Uhrzeit

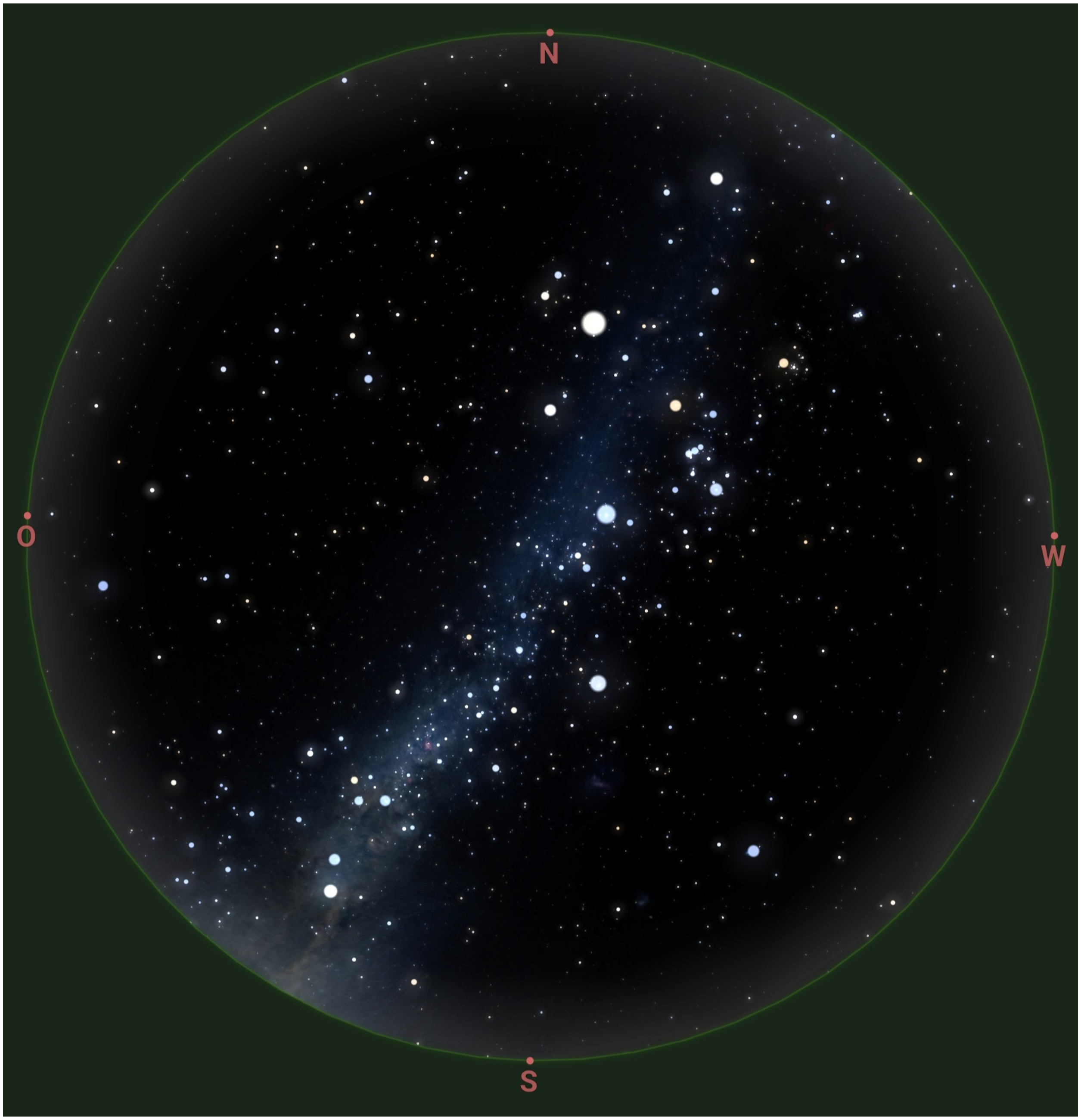


Abbildung 5: Gesamter Himmel