

IOAA-Austria

Hausaufgabenrunde 3 2026

Allgemeine Hinweise

Im Folgenden finden Sie fünf Aufgaben aus verschiedenen Teilbereichen der Astronomie und Astrophysik. Sie können Ihre Lösungen bis zum 24.05 um 23:59 Uhr einreichen. Ihre Abgabe muss handschriftlich verfasst sein und als **eine einzige PDF-Datei** im Format *vorname-nachname.pdf* abgegeben werden.

Senden Sie Ihre Lösungen bitte **rechtzeitig** an astro-olympiad@outlook.com.

Beachten Sie, dass Sie manche Teilaufgaben auch dann bearbeiten können, wenn Sie die vorhergehenden Teile nicht gelöst haben. Besonders wichtig ist, dass der Wettbewerb fair bleibt. Das bedeutet, dass die Hilfe anderer Personen beim Lösen der Aufgaben verboten ist; alle Aufgaben sind alleine zu bearbeiten. Ein Verstoß gegen diese Regel kann zur Disqualifikation der betroffenen Teilnehmerinnen und Teilnehmer führen.

Das Niveau dieser Runde ist im Vergleich zu den vorherigen beiden Runden deutlich gehoben. Falls Sie nicht alle Aufgaben lösen können, wovon wir stark ausgehen, lassen Sie sich nicht demotivieren. Jeder gewonnene Punkt ist ein Erfolg!

Viel Spaß! Denken Sie daran, Ihre Lösungen **ordentlich** niederzuschreiben. Was wir nicht lesen können, können wir auch nicht bewerten.

Hinweise zur Datenanalyse

In dieser Runde werden Sie zum ersten Mal mit Aufgaben zur Datenanalyse konfrontiert. Sie werden dazu unter anderem Diagramme händisch zeichnen und interpretieren, Daten mithilfe statistischer Methoden auswerten und lineare Regressionen manuell durchführen.

Um Ihnen die Einführung in dieses Thema zu erleichtern, möchten wir Sie auf einige Materialien aus externen Quellen hinweisen:

[Dokumente zur Datenauswertung von Ayush Tiwari, Sudesh Acharya und Saurya Shrestha](#)

Ihre graphischen Ausarbeitungen werden einheitlich nach einigen Kriterien bewertet. Wenn ein Kriterium in einem Diagramm nicht erfüllt ist, wird die maximal erreichbare Punktezahl für diese Teilaufgabe um eine absolute Punktezahl verringert.

- Alle Diagramme sollten mindestens zwei Drittel der Fläche einer A4-Seite füllen, gemessen als Rechteck, das vom untersten bis zum obersten Datenpunkt gespannt wird.
 - Abzug: 2 Punkte
- Alle Diagramme sollten beschriftete Achsen mit klar ersichtlicher Skalierung und entsprechenden Einheiten haben.
 - Abzug: 1 Punkt
- Steigungen sollten mit einem Steigungsdreieck bestimmt werden.
 - Abzug: 1 Punkt
- Ein Fehler sollte mit zwei signifikanten Stellen angegeben werden, wenn die erste signifikante Stelle eine Eins oder eine Zwei ist. Ansonsten sollte nur eine signifikante Stelle angegeben werden. Numerische Ergebnisse sollten nur bis zur letzten signifikanten Stelle ihres Fehlers angegeben werden.
 - Abzug: 1 Punkt
- Bei einer linearen Regression sollten für die volle Punktezahl immer der Best Fit und die Worst Fits angegeben werden.
 - Abzug: 1 Punkt

1 Himmelsmechanik(14P)

1.1 Artemis II (8P)

In dieser Aufgabe schätzen wir die Bahnparameter und die Reisedauer der Mondmission Artemis II ab. Wir betrachten zunächst die Orion-Kapsel der Artemis-II-Mission. Eine qualitative Darstellung der Reise ist in Abbildung (1) zu sehen.

Die Reise beginnt mit mehreren Umrundungen der Erde in niedrigen und hohen Erdumlaufbahnen. Anschließend feuert Orions Haupttriebwerk für die Trans-Lunar-Injektion (TLI). Das Raumschiff fliegt einmal um den Mond, kehrt zur Erde zurück, erreicht den Wiedereintrittspunkt (Entry Interface, EI) und landet im Ozean. Betrachten Sie den TLI-Orbit vereinfacht als ungestörten Kepler-Orbit.

- Geben Sie die große Halbachse a in Abhängigkeit von der Höhe über der Erdoberfläche am erdnächsten Punkt h_p , der Höhe am erdfernen Punkt h_a und dem Erdradius R_E an. (1P)
- Nutzen Sie die Energie- und Drehimpulserhaltung im Perigäum mit Abstand r_p und im Apogäum mit Abstand r_a , um die Geschwindigkeit v_p im Perigäum herzuleiten. (4P)
- Schätzen Sie mithilfe des dritten Keplerschen Gesetzes die Umlaufdauer T dieses Orbits ab. (1P)
- Die tatsächliche Reisedauer von der TLI bis zum EI ist mit circa acht Tagen deutlich kürzer als die in Aufgabe (c) berechnete Umlaufdauer. Dies lässt sich mit dem sogenannten Swing-by am Mond erklären. Beschreiben Sie physikalisch, wie ein Swing-by-Manöver die Reisedauer verkürzen kann. Gehen Sie dabei kurz auf die Rolle des Bezugssystems ein. (2P)

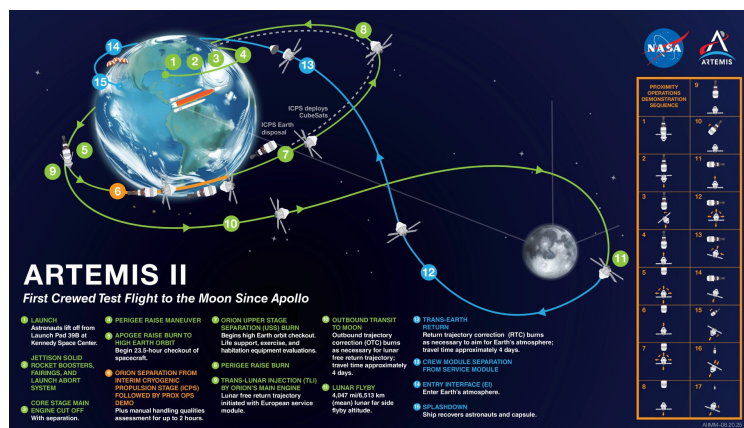


Abbildung 1: Im Laufe der Artemis-II-Mission wird die Erde dreimal umrundet. Die Abbildung stammt von der Webseite der NASA <https://www.nasa.gov/>.

1.2 Rückkehr vom Mond (6P)

Astronauten kehren vom Mond zur Erde zurück. Nach dem Verlassen der Mondumgebung befinden sie sich näherungsweise im Abstand $r_M = 3,84 \cdot 10^5$ km vom Erdmittelpunkt. Nehmen Sie an, dass die Bewegung danach nur durch die Gravitation der Erde bestimmt wird. Der Radius der Erde sei $R_E = 6371$ km, der Rand der Atmosphäre liege bei $h_{\text{atm}} = 100$ km über der Erdoberfläche, und $\mu_E = GM_E = 3,986 \cdot 10^5 \text{ km}^3/\text{s}^2$.

- (a) Die Astronauten werden direkt auf einen Hohmann-Transfer um die Erde gebracht, dessen Apogäum bei der Mondbahn und dessen Perigäum am Rand der Erdatmosphäre liegt. Mit welcher Geschwindigkeit erreichen sie die Atmosphäre? (3P)
- (b) Statt direkt einzutreten, bremsen die Astronauten zunächst in eine Kreisbahn der Höhe $h_K = 200$ km über der Erdoberfläche ab. Anschließend führen sie ein Deorbit-Manöver aus, sodass das Perigäum der Bahn am Rand der Atmosphäre liegt. Mit welcher Geschwindigkeit erreichen sie nun die Atmosphäre? (3P)

2 Methoden der Datenanalyse (44P)

2.1 Teil I: Darstellung von Daten

In den folgenden Aufgaben werden Sie Methoden der Datenanalyse zunächst abstrakt behandeln. Wir beginnen damit, die folgenden Datenpaare (x, y) zu bearbeiten.

x	y
1,2	5
3,1	132
4,8	628
6,0	1100
7,2	1720
8,1	2590
9,5	3655
10,2	5020

Tabelle 1: Gegebene Datenpaare (x, y) .

- (a) Stellen Sie die Daten graphisch dar. (4P)
- (b) Welche der folgenden Funktionen könnten die gegebenen Daten beschreiben? (2P)
- $f_1(x) = 5x^3$
 - $f_2(x) = 26x^2$
 - $f_3(x) = e^{1,2x} - 1$
 - $f_4(x) = 1000 \cdot \tan(0,1 \cdot x)$
- (c) Erstellen Sie zu den gegebenen y -Werten ein passendes Histogramm. Wählen Sie dazu geeignete Klassenintervalle und beschriften Sie die Achsen sinnvoll. (4P)
- (d) Erweitern Sie nun die Tabelle aus (a) um zwei weitere Spalten $\ln(x)$ und $\ln(y)$. Zeichnen Sie im Anschluss zwei neue Diagramme, einmal $(x, \ln(y))$ und einmal $(\ln(x), \ln(y))$. Was beobachten Sie? (9P)

2.2 Teil II: Linearisierung von Daten

Zur Überprüfung, ob gemessene Daten am besten durch eine Potenzfunktion oder eine Exponentialfunktion beschrieben werden, werden die Daten oft logarithmisch oder doppeltlogarithmisch dargestellt. Der Vorteil dieser Methode lässt sich unmittelbar an folgenden Rechenregeln erkennen:

$$\ln(a^b) = b \cdot \ln(a) \quad \ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b). \quad (1)$$

Dabei ist \ln der natürliche Logarithmus und \lg der dekadische Logarithmus. Als Beispiel betrachten wir zunächst die Exponentialfunktion $y = f(x) = e^x$.

Wenden wir auf beide Seiten den natürlichen Logarithmus an, so erhalten wir:

$$\ln(y) = \ln(e^x) = x. \quad (2)$$

Wenn unsere Daten durch eine Exponentialfunktion der Form $y = Ae^{kx}$ beschrieben werden, muss der Logarithmus der y -Werte zusammen mit den x -Werten einen linearen Graphen bilden. In diesem Fall tragen wir also nicht y gegen x auf, sondern $\ln(y)$ gegen x .

Ein doppeltlogarithmisches Diagramm ist bei Funktionen der Form $y = f(x) = Ax^n$ nützlich. Wendet man den natürlichen Logarithmus auf beide Seiten an, so erhält man:

$$\ln(y) = \ln(Ax^n) = \ln(A) + n \ln(x). \quad (3)$$

Also ist der Graph aus den Punkten $(\ln(x), \ln(y))$ linear. Die Steigung der Geraden entspricht dabei dem Exponenten n .

In der Astronomie-Olympiade müssen Gleichungen oft auf diese Weise in eine Form gebracht werden, aus der ein linearer Zusammenhang abgelesen werden kann.

- (a) Die Leuchtkraft eines Sterns ist näherungsweise durch das Stefan-Boltzmann-Gesetz gegeben:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4.$$

Linearisieren Sie die Gleichung für eine Messreihe (L, T) , wobei R als konstant angenommen werden soll. (2P)

- (b) Als komplexeres Beispiel sollen Sie nun das Plancksche Strahlungsgesetz für Messungen der Form (λ, B_λ) mit Hilfe des Logarithmus in eine lineare Form bringen: (4P)

$$B_\lambda(\lambda) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}.$$

Nehmen Sie dafür folgende Näherung an:

$$e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} \gg 1.$$

2.3 Teil III: Lineare Regressionen

Cepheiden werden in der Astronomie als Standardkerzen in der kosmischen Entfernungsleiter verwendet, weil ihre Perioden-Leuchtkraft-Beziehung es erlaubt, aus der Pulsationsperiode P auf ihre absolute Helligkeit zu schließen. In dieser Aufgabe werden wir diese Perioden-Leuchtkraft-Beziehung genauer untersuchen und damit das Messprinzip mit Cepheiden nachvollziehen. Dafür verwenden wir folgenden Ansatz:

$$\langle L \rangle \propto P^\beta. \quad (4)$$

Dabei ist β eine Zahl und $\langle L \rangle$ die zeitlich gemittelte Leuchtkraft des Cepheiden. Wir werden nun mit realen Daten den Exponenten β schrittweise bestimmen. Dabei verwenden wir Parallaxenmessungen in Millibogensekunden (mas), um auf die Entfernung der Cepheiden zu schließen, und die zeitlich gemittelte beobachtete scheinbare Helligkeit $\langle m_V \rangle$, um auf die Leuchtkraft zu schließen.

Cepheid	P (Tage)	$\langle m_V \rangle$ (mag)	A_V (mag)	Parallaxe (mas)	Messunsicherheit (mas)
RT Aur	3.728	5.464	0.20	2.40	0.19
FF Aql	4.471	5.372	0.64	2.81	0.18
X Sgr	7.013	4.556	0.58	3.00	0.18
ζ Gem	10.151	3.911	0.06	2.78	0.18
l Car	35.551	3.732	0.52	2.01	0.20

- (a) Berechnen Sie für jeden Cepheiden den Abstand zur Erde in der Einheit 10 pc. Erstellen Sie dazu eine Tabelle. (3P)
- (b) Die Messunsicherheit der Parallaxe führt zu einer Unsicherheit des Abstandes $\Delta d_{10\text{pc}}$. Informieren Sie sich über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung und zeigen Sie, dass

$$\Delta d_{10\text{pc}} = \frac{\Delta\theta}{10\theta^2}$$

gilt, wenn θ und $\Delta\theta$ in Bogensekunden eingesetzt werden. Tragen Sie $\Delta d_{10\text{pc}}$ in eine zusätzliche Spalte ein. (3P)

- (c) Zeigen Sie, dass die zeitlich gemittelte absolute Helligkeit der Cepheiden mit der Formel

$$\langle M_V \rangle = \langle m_V \rangle - A_V - 5 \lg(d_{10\text{pc}})$$

berechnet werden kann. Erstellen Sie eine weitere Spalte mit den Werten $\langle M_V \rangle$ und mit der Unsicherheit $\Delta\langle M_V \rangle$. (3P)

- (d) Linearisieren Sie den Ansatz $\langle L \rangle \propto P^\beta$ und bestimmen Sie aus einer Best-Fit-Geraden den Exponenten β mit einem Steigungsdreieck. Zeichnen Sie Fehlerbalken in Ihr Diagramm ein und verwenden Sie diese, um eine Fehlerabschätzung für β durchzuführen. (10P)

3 Optik: Die Grenzen astronomischer Beobachtung (33P)

In einer klaren Nacht wird an einem dunklen Beobachtungsstandort in den Alpen ein Teleskop mit Öffnung $D = 250 \text{ mm}$ und Brennweite $f = 1200 \text{ mm}$ aufgebaut. Ziel der Beobachtung ist ein enger Doppelstern. Vor der eigentlichen Aufnahme sollen zunächst die grundlegenden Grenzen des Beobachtungssystems abgeschätzt werden: Wie viel Licht wird gesammelt, welche Winkelauflösung ist theoretisch möglich und wie gut kann die Kamera diese Information abbilden?

Hinweis: Die Hausaufgabenrunde soll als Vorbereitung auf die Bundesrunde sowie auf internationale Wettbewerbe dienen. Daher sind, wie auch dort, bei allen Teilaufgaben die Rechenwege und Begründungen klar und nachvollziehbar anzugeben. Reine Endergebnisse ohne Herleitung können leider nicht bewertet werden.

Lichtsammelvermögen

- Berechnen Sie das Verhältnis der Lichtsammelflächen des Teleskops im Vergleich zur menschlichen Pupille ($d_{\text{Auge}} = 7 \text{ mm}$). (1P)
- Berechnen Sie mithilfe der Magnitudenformel, um wie viele Magnituden schwächere Sterne mit dem Teleskop theoretisch sichtbar werden als mit bloßem Auge. (1P)
- Das Auge integriert Licht über $t_{\text{Auge}} = 0,1 \text{ s}$. Berechnen Sie, wie lange das Auge Licht sammeln müsste, um die gleiche Anzahl an Photonen zu registrieren, die das Teleskop in nur $t_{\text{Tel}} = 2 \text{ ms}$ empfängt. (2P)

Beugung und Abbildungsskala

Auch ein optisch perfektes Teleskop kann Sterne nicht als mathematische Punkte abbilden. Aufgrund der Wellennatur des Lichts entsteht im Brennpunkt ein Beugungsmuster. Dadurch besitzt jedes Teleskop ein fundamentales physikalisches Auflösungslimit.

- Berechnen Sie das theoretische Auflösungsvermögen α des Teleskops nach dem Rayleigh-Kriterium für eine Wellenlänge von $\lambda = 550 \text{ nm}$ in Bogensekunden. Wie lautet das Rayleigh-Kriterium? Ein Satz genügt. (3P)
- Zur digitalen Aufnahme wird eine Kamera angeschlossen. Die Kamera besitzt quadratische Pixel mit einer Kantenlänge von $p = 3,76 \mu\text{m}$. Leiten Sie die Formel für die Abbildungsskala S in $''/\text{px}$ her und berechnen Sie deren Wert für dieses System. Diese Teilaufgabe kann unabhängig von Teil (d) gelöst werden. (2P)

Barlowlinse und effektive Brennweite

Bei der Planung der Aufnahme stellt sich heraus, dass die Abbildungsskala durch die Brennweite des Teleskops bestimmt wird. Um das Bild stärker auf dem Kamerasensor zu vergrößern, wird eine Barlowlinse betrachtet. Eine Barlowlinse ist eine Zerstreuungslinse, die vor dem Fokus des Teleskops eingesetzt wird und dadurch die effektive Brennweite des Gesamtsystems erhöht.

- (f) Eine dünne Barlowlinse besitzt die Brennweite $f_B = -75$ mm und wird so eingesetzt, dass der Abstand zwischen Barlowlinse und Kamerasensor beziehungsweise neuem Fokus $d = 75$ mm beträgt. In der Astrofotografie beschreibt der Faktor M die Vergrößerung der Abbildung beziehungsweise die Verlängerung der effektiven Brennweite gegenüber demselben optischen System ohne Barlowlinse. Zeigen Sie mithilfe der Linsengleichung, dass der Faktor M der Barlowlinse in dieser Anordnung näherungsweise

$$M = 1 - \frac{d}{f_B}$$

beträgt. (3P)

- (g) Berechnen Sie den Faktor M sowie die neue effektive Brennweite f_{eff} des Systems. (2P)
- (h) Berechnen Sie das neue Öffnungsverhältnis $N = f_{\text{eff}}/D$ des Systems. Vergleichen Sie es mit dem ursprünglichen Öffnungsverhältnis. (2P)
- (i) Berechnen Sie die neue Abbildungsskala S_{Barlow} in $''/\text{px}$. (1P)

Seeing und digitale Abtastung

In der Praxis wird die theoretische Beugungsgrenze häufig nicht erreicht. Turbulenzen in der Erdatmosphäre verändern den Brechungsindex der Luft entlang des Lichtwegs. Dadurch werden punktförmige Sterne zeitlich veränderlich verschmiert. Diese atmosphärische Begrenzung wird als Seeing bezeichnet.

- (j) In dieser Nacht beträgt das atmosphärische Seeing $\beta = 1,8''$. Berechnen Sie den Durchmesser dieses Seeing-Scheibchens auf dem Kamerasensor in Pixeln, zunächst ohne Barlowlinse. (2P)
- (k) Damit ein Detail digital korrekt rekonstruiert wird, muss es laut Nyquist-Theorem auf mindestens zwei Pixel fallen. Prüfen Sie rechnerisch, ob das Seeing-Scheibchen bei der ursprünglichen Brennweite ausreichend abgetastet wird. (3P)
- (l) Berechnen Sie die minimale Brennweite f_{min} , die benötigt würde, um das Seeing-Scheibchen gerade Nyquist-konform abzutasten. (2P)
- (m) Beurteilen Sie anhand Ihrer bisherigen Ergebnisse, ob die Verwendung der betrachteten Barlowlinse für diese Seeing-Bedingungen sinnvoll ist. Begründen Sie Ihre Antwort physikalisch. (2P)

Atmosphärische Extinktion

Im Verlauf der Nacht sinkt der beobachtete Stern tiefer in Richtung Horizont. Dadurch nimmt der Weg des Sternlichts durch die Erdatmosphäre zu. Das Maß für diesen effektiv durchquerten Weg im Vergleich zum Zenit wird als relative Luftmasse X bezeichnet. Die Atmosphäre wirkt dabei wie ein wellenlängenabhängiger Filter: Sie schwächt das Licht ab und beeinflusst zugleich die Qualität astronomischer Beobachtungen.

- (n) Die Helligkeit eines Referenzsterns wird im Zenit ($z = 0^\circ$) mit $m_1 = 2,10$ mag und später bei einer Zenitdistanz von $z = 60^\circ$ mit $m_2 = 2,42$ mag gemessen. Berechnen Sie daraus den Extinktionskoeffizienten k in mag/Luftmasse. (2P)
- (o) Um trotz der atmosphärischen Extinktion dieselbe Anzahl an Photonen auf dem Kamerateleskop zu registrieren, soll die Belichtungszeit angepasst werden. Berechnen Sie, um welchen Faktor die Belichtungszeit bei einer Luftmasse von $X = 2,0$ gegenüber einer Aufnahme im Zenit verlängert werden müsste. (2P)
- (p) Erklären Sie kurz in ein bis zwei Sätzen mithilfe der Rayleigh-Streuung, weshalb der Extinktionskoeffizient für einen Blaufilter höher ist als für einen Rotfilter. (1P)
- (q) Bei welchem der beiden Objekte verhindert unruhige Luft, also schlechtes Seeing, den Beobachtungserfolg fundamental, während beim anderen Objekt der Effekt durch längere Belichtungszeit teilweise kompensiert werden kann: bei einem extrem engen Doppelstern oder bei einer großflächigen, aber lichtschwachen Galaxie? Begründen Sie Ihre Antwort physikalisch. (2P)

4 Analemma und Zeitgleichung (24P)

Wenn man über ein ganzes Jahr hinweg jeden Tag zur exakt gleichen Uhrzeit die Sonne fotografiert, zeigt sich ein überraschendes Muster: Die Sonne erscheint nicht jeden Tag am selben Ort am Himmel. Stattdessen wandert ihre Position im Laufe des Jahres langsam und zeichnet schließlich eine charakteristische Acht, das sogenannte Analemma. Grundsätzlich wird diese Form durch die Erdneigung sowie durch die Exzentrizität der Erdbahn hervorgerufen.

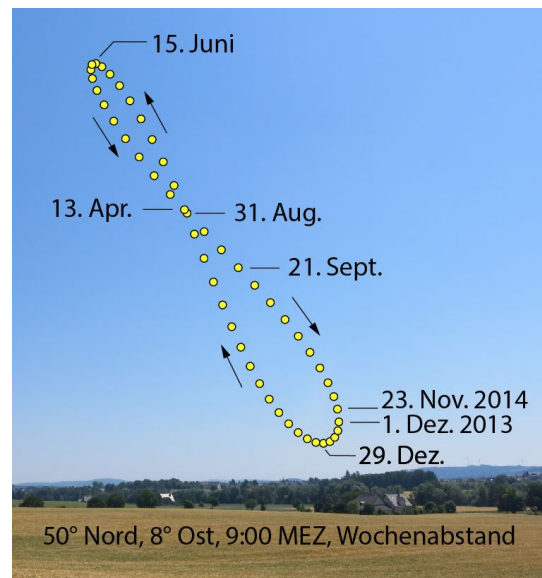


Abbildung 2: Analemma. Quelle: Modalanalytiker, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Analemma_bei_50_Grad_Nord,_8_Grad_Ost,_9_Uhr_CET.jpg

Im Folgenden geht es um die Beschreibung dieser Form im äquatorialen Koordinatensystem. Die Analemma-Kurve entsteht durch die Überlagerung zweier rechtwinklig zueinander stehender periodischer Bewegungen. Die scheinbare periodische Bewegung in vertikaler Richtung wird durch die Erdneigung verursacht, während die horizontale Abweichung durch die Zeitgleichung beschrieben wird. Die Zeitgleichung ist als Differenz zwischen mittlerer und wahrer Ortszeit definiert. Diese Differenz wird durch die leicht elliptische Erdbahn und die Neigung der Erdachse hervorgerufen.

- (a) Erklären Sie, wie die Erdneigung und die Exzentrizität der Erdbahn die Abweichung der mittleren Ortszeit von der wahren Ortszeit und somit die horizontale Koordinate des Analemmas beeinflussen. (3P)
- (b) Die folgende Abbildung stellt das Analemma nochmals dar. Markieren Sie in der Abbildung die Extrema der Zeitgleichung, also zwei Maxima und zwei Minima, und geben Sie die ungefähren Zahlenwerte in Minuten an. Bestimmen Sie außerdem die Erdneigung ε und machen Sie die entsprechenden Markierungen in der Abbildung. (3P)

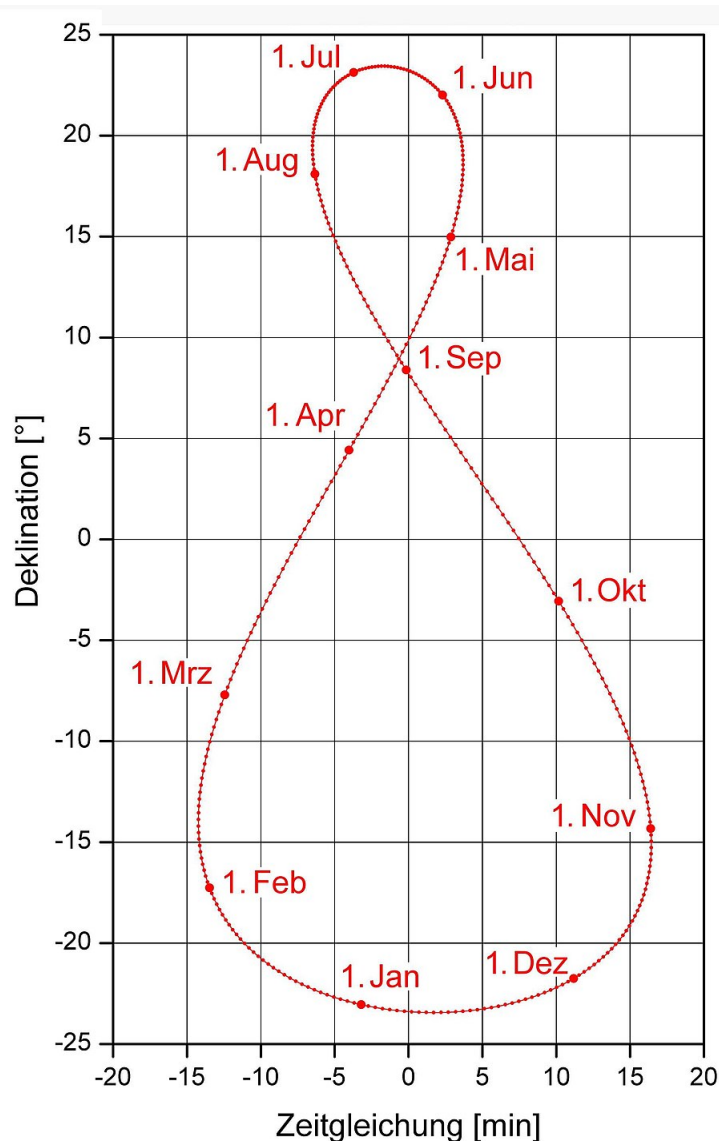


Abbildung 3: Zeitgleichung als Funktion der Sonnendeklination. Quelle: S. Wetzel, CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Zeitgleichungs-Analemma.jpg>

- (c) Welche Bedeutung haben die zwei horizontalen Tangenten des Analemmas? Welche besonderen astronomischen Ereignisse finden zu diesen Zeitpunkten statt? Zeichnen Sie die Tangenten in der obigen Abbildung ein. (3P)
- (d) Entnehmen Sie aus dem Analemma die Zeitgleichung in Abhängigkeit vom Datum und tragen Sie sie in folgendem Graphen auf. Begründen Sie, weshalb die Zeitgleichung eine derartige Schwingung ausführt, und gehen Sie dabei auf die zwei erwähnten Ursachen der Zeitgleichung ein. (4P)

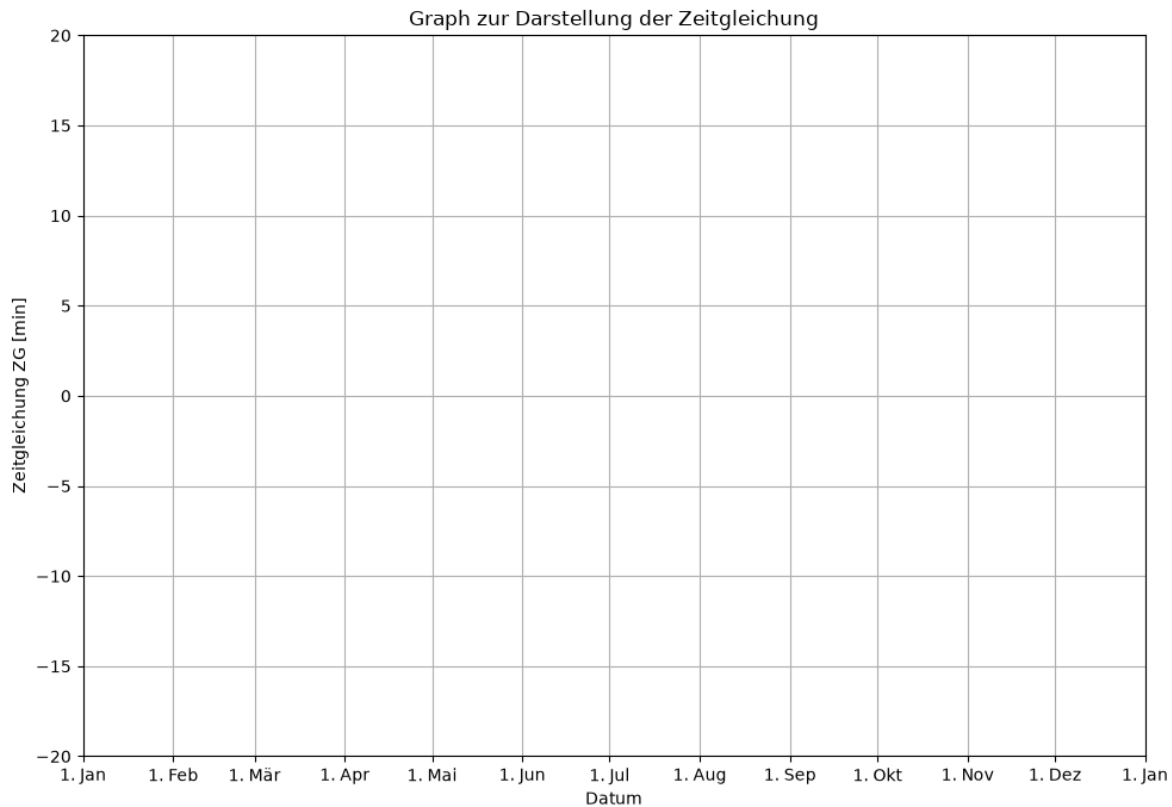


Abbildung 4: Koordinatensystem zum Einzeichnen der Zeitgleichung

- (e) Sei λ die ekliptikale Länge der Sonne. Geben Sie den Richtungsvektor der Sonne im ekliptikalen sowie im äquatorialen Koordinatensystem mit geozentrischem Bezug in Abhängigkeit von λ und der Erdneigung ε an. Drücken Sie anschließend die Deklination und die Rektaszension durch λ und ε aus. Fertigen Sie geeignete Skizzen an, um Ihre Ergebnisse zu rechtfertigen. (5P)

(f) Skizzieren Sie das Analemma für folgende hypothetische Fälle und charakterisieren Sie jeweils die Form der Kurve. Dabei bezeichnet e die Exzentrizität der Erdbahn und ε die Erdneigung. (6P)

- 1.) $e = 0$, ε unverändert
- 2.) e unverändert, $\varepsilon = 0$
- 3.) $e = 0$, $\varepsilon = 0$

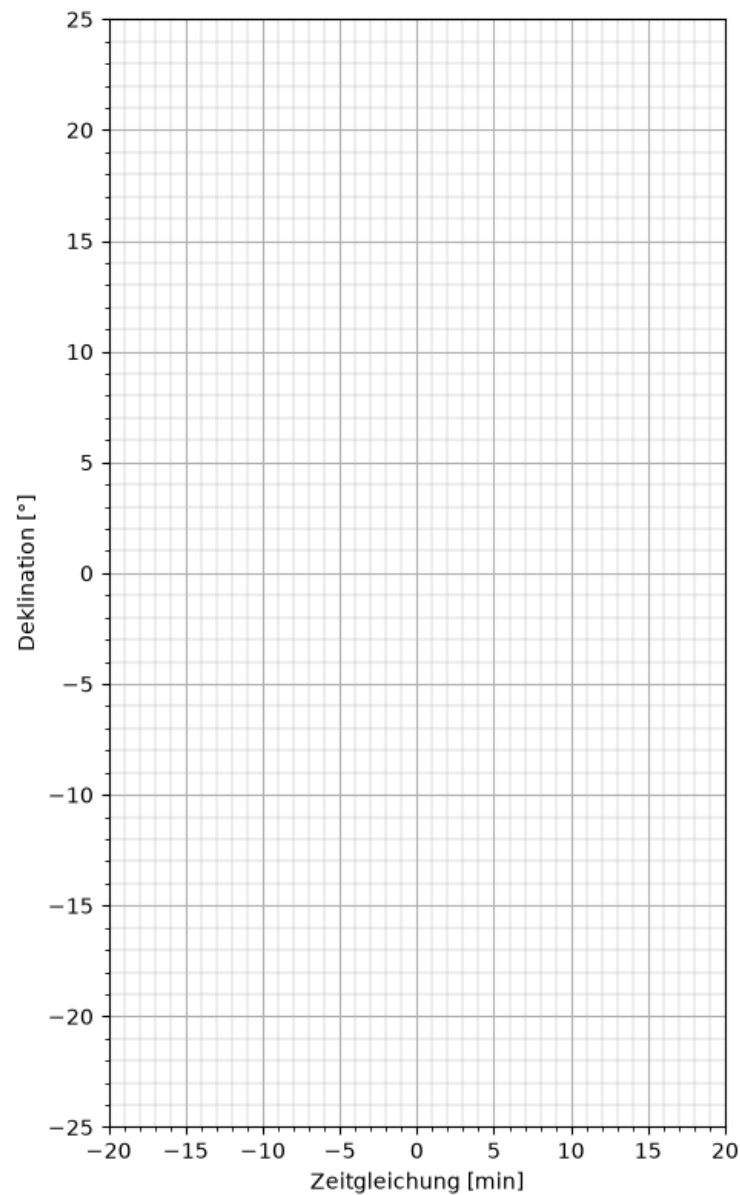


Abbildung 5: Koordinatensystem zum Einzeichnen des Analemmas

5 Entfernungsbestimmung (35P)

In der Nähe von Hanoi (N $21^{\circ} 1'$, E $105^{\circ} 50'$) sticht ein Astronom in See. Heute ist Vollmond und er möchte diese Gelegenheit nutzen, um die Entfernung des Mondes anhand der durch die Erddrehung verursachten Parallaxe zu messen. Hierfür richtet er sein Teleskop und seine Kamera in einer äquatorialen Montierung ein und fotografiert den Mond mit beiden zu drei Zeitpunkten. So hat er zu jedem Zeitpunkt zwei Fotos, eines mit niedriger und eines mit hoher Vergrößerung. Die ersten zwei Fotos, die in Abbildung 6 und 9 zu sehen sind, entstehen kurz vor Sonnenaufgang um 4:30, die nächsten zwei (Abb. 7 und 10) kurz nach Sonnenuntergang um 19:30 und die letzten Zwei (Abb. 8 und 11) am nächsten Tag, wieder um 4:30.

Um die Entfernungsbestimmung durchzuführen, nimmt der Fotograf zwei Sternkarten zur Hand. Die erste, grobe Sternkarte (Abb. 12), zeigt einen großen Teil des Himmels. Die zweite, genaue Sternkarte (Abb. 13), den kleinen Abschnitt, auf welchem sich der Mond bewegt. Zur Winkelbestimmung sind auf der genauen Sternkarte außerdem horizontale Deklinations-, sowie vertikale Rektaszensionslinien eingezeichnet. Der Unterschied zwischen zwei Deklinationslinien beträgt 1° , zwischen zwei Rektaszensionslinien 5 Minuten (bzw. $1,25^{\circ}$). Die beiden Sternkarten sind in diesem Dokument um 90° nach links gedreht (dadurch sind auf der genauen Sternkarte die Deklinationslinien hier vertikal und die Rektaszensionslinien horizontal).

Nehmen Sie der Einfachheit halber an, dass die Bewegung von Erde und Mond um die Sonne für die folgenden Rechnungen vernachlässigbar ist.

- (a) Bestimmen Sie zunächst den Abschnitt des Himmels, auf welchem die Fotos entstanden sind. Zeichnen Sie dafür in die grobe Sternkarte (Abb. 12) fünf Sternbilder ein und benennen Sie sie. Zeichnen Sie außerdem die Ekliptik ein. (6P)
- (b) Nun möchten wir uns genauer mit dem Mond befassen. Benutzen Sie die Fotos des Fotografen, um in die genaue Sternkarte (Abb. 13) die exakte Position des Mondes, sowie die Größe des Sichtfensters aus Abbildung 9, 10 und 11 einzuzeichnen. (15P)
- (c) Bestimmen Sie anhand Ihrer Zeichnung die Umlaufdauer des Mondes in Tagen, falls er sich auf einer Kreisbahn bewegen würde. (6P)
Hinweis: Der sphärische Satz des Pythagoras lautet $\cos(a) = \cos(b) \cdot \cos(c)$.
- (d) Bestimmen Sie den durch die Erddrehung verursachten Parallaxenwinkel. (6P)
- (e) Bestimmen Sie nun den Abstand des Mondes in dieser Nacht. (8P)
Hinweis: Der Radius der Erde beträgt in Hanoi rund 6375 km.

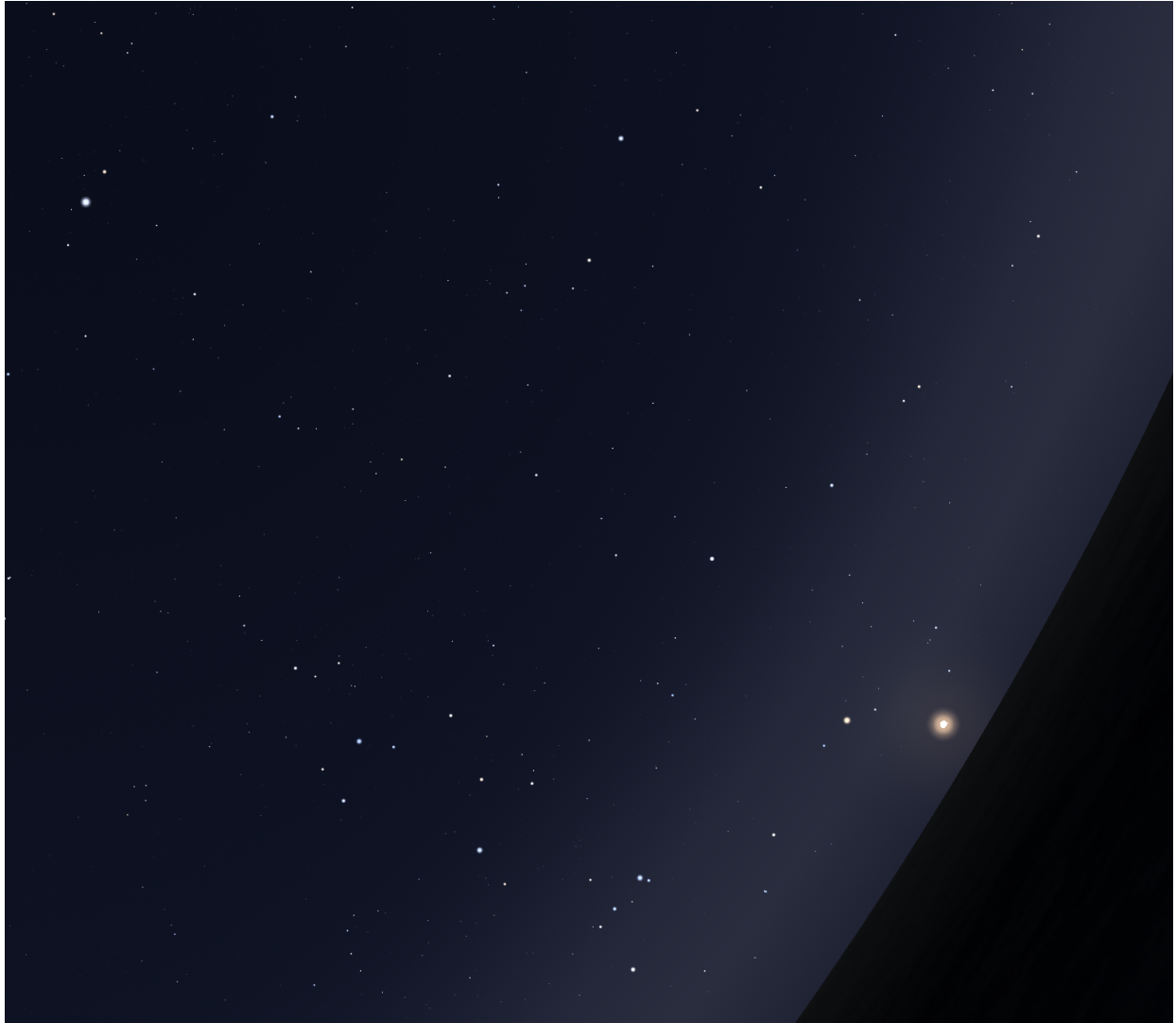


Abbildung 6: niedrige Vergrößerung am ersten Tag, 4:30



Abbildung 7: niedrige Vergrößerung am ersten Tag, 19:30

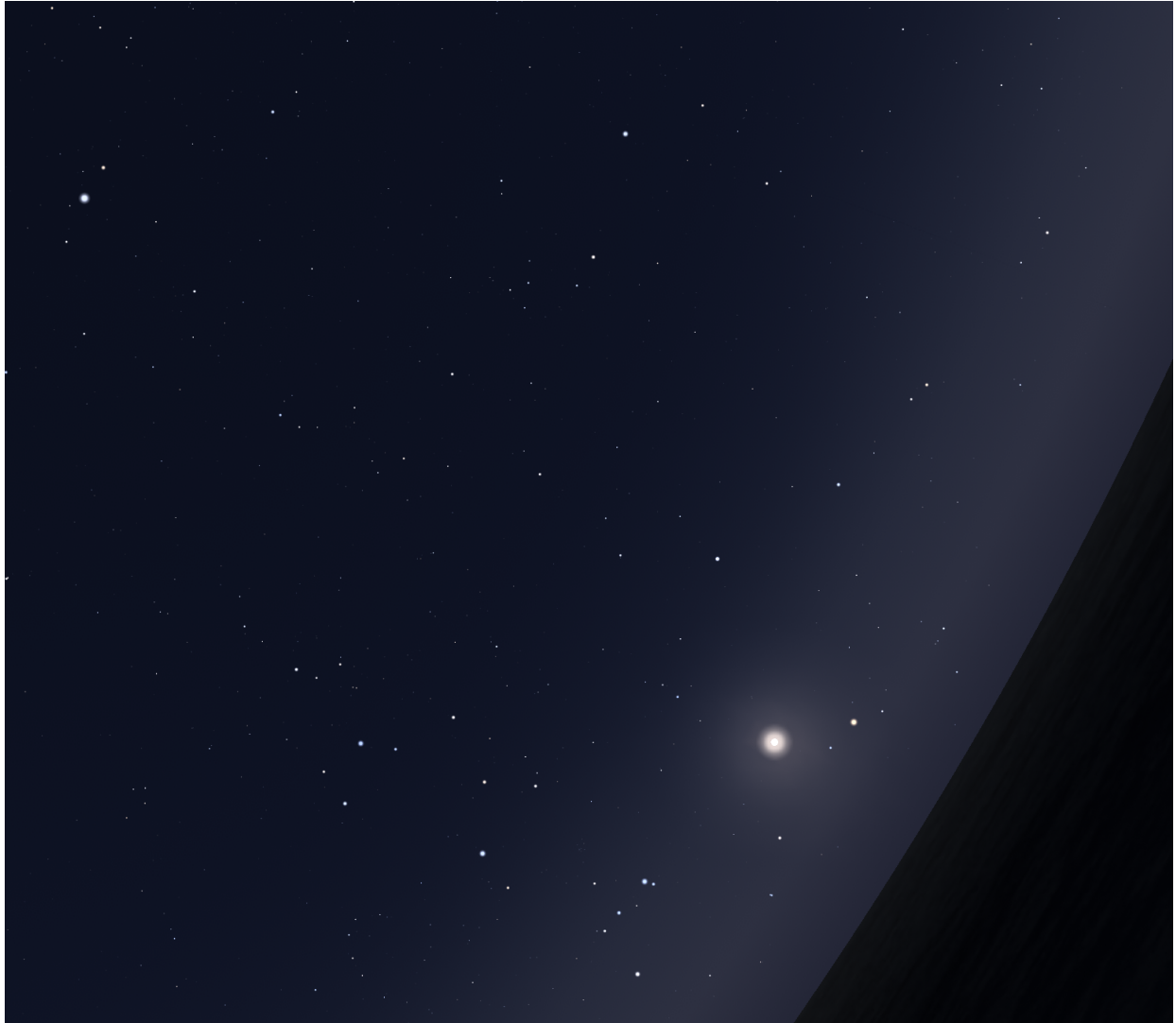


Abbildung 8: niedrige Vergrößerung am zweiten Tag, 4:30



Abbildung 9: hohe Vergrößerung am ersten Tag, 4:30



Abbildung 10: hohe Vergrößerung am ersten Tag, 19:30



Abbildung 11: hohe Vergrößerung am zweiten Tag, 4:30



Abbildung 12: grobe Sternkarte (um 90° nach links gedreht)

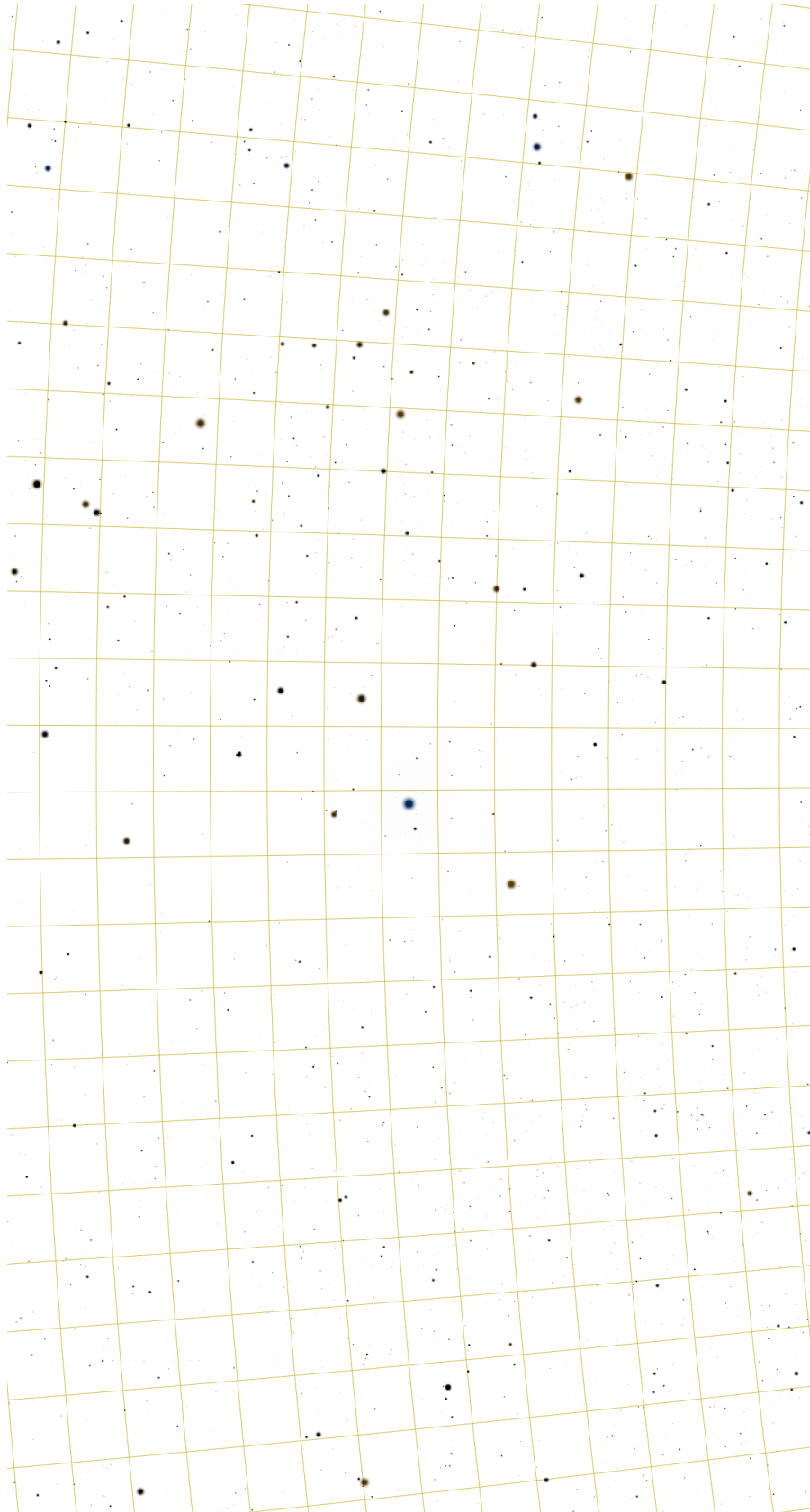


Abbildung 13: genaue Sternkarte (um 90° nach links gedreht)